УДК 681.51

А.М.Сільвестров, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

Л.Ю.Спінул, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

О.О.Соковец, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

В.М.Мирунко, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЛОКАЛЬНО-ЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ГЛОБАЛЬНО-НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ДОСЛІДЖУВАНОГО ОБ’ЄКТА

Сільвестров А.М., Спінул Л.Ю., Соковец О.О., Мирунко В.М.

Ідентифікація локально-лінійної динаміки глобально-нелінійної моделі досліджуваного об’єкта

В статті за допомогою побудови математичних моделей визначається якість функціонування технологічного процесу та його впливу на стан навколишнього природного середовища.

Ключові слова: технологія, технологічний процес, вектор-функція, якість функціонування, метод оптимального планування експерименту, керуючі впливи, стан об’єкта, еталонна модель, еталонна матриця.

Сильвестров А.Н., Спинул Л.Ю., Соковец О.О., Мирунко В.М.

Идентификация локально линейной динамика глобально нелинейной модели исследуемого объекта

В статье с помощью построения математических моделей определяется качество функционирования технологического процесса и его влияния на состояние окружающей среды.

Ключевые слова: технология, технологический процесс, вектор-функция, качество функционирования, метод оптимального планирования эксперимента, управляющие влияния, состояние объекта, эталонная модель, эталонная матрица

Україна відноситься до числа індустріально-аграрних країн. Підприємства важкої промисловості, продукція яких складає 60% валового внутрішнього продукту країни, формують основне техногенне навантаження на навколишнє середовище. Значна частина промислових підприємств (понад 80%) розташована в містах і селищах міського типу, де проживає близько 70% населення країни. Для багатьох міст України характерна складна екологічна обстановка, обумовлена наявністю і концентрацією промислових підприємств.

Аналіз свідчить, що проблема охорони навколишнього природного середовища від забруднення діючими промисловими підприємствами в Україні актуальна і важлива. Тому наведені підходи до вирішення цієї проблеми шляхом побудови та дослідження математичної моделі технологічного процесу і визначення за нею оптимальних режимів роботи заслуговують на увагу.

Мета статті – за допомогою побудови математичних моделей визначити якість функціонування технологічного процесу та його впливу на стан навколишнього природного середовища.

Основні поняття. Технологія – економічна діяльність людського суспільства, спрямована на пристосування та змінювання предметів навколишнього природного середовища для здійснення своїх потреб. Технологічний процес складається з матеріального і енергетичного забезпечення, транспортних і складських операцій, ремонтних робіт і техніко-економічного управління виробництвом .

Постановка задачі. Об’єктом дослідження є безперервний технологічний процес (ТП) виробництва в умовах апріорної невизначеності динамічної залежності вектор-функції $X(t)$ змінних $x_i(t)$ стану $\left(i=\overline{1,n}\right)$ ТП, як об’єкту, що знаходиться під дією вектор-функції $U(t)$ керуючих впливів $u_j(t),\, j=\overline{1,m}$:

$$\frac{dX}{dt}=f\left(X,U,t\right). \qquad (1)$$

Невизначений також показник $\Im\left(\overline{X}\right)$ якості функціонування ТП від стаціонарних значень $\overline{X}$ вектора $X(t)$. Побудова моделі $\Im\left(\overline{X}\right)$ показника $\widehat{\Im}\left(\overline{X}\right)$ в допущенні, що залежність – це квадратичний поліном, виконується методами оптимального планування експерименту [1].

$$\widehat{\Im}\left(\overline{X}\right) \cong \Im\left(X_0\right) + \beta\overline{X} + \overline{X}^T \gamma X \,. \tag{2}$$

Оптимальне значення змінних стану об'єкта (1) знаходять за умови

$$\frac{d\widehat{\Im}\left(\overline{X}\right)}{d\overline{X}} = 0 = \beta + \gamma \overline{X}_{opt} \,, \tag{3}$$

де β – вектор з n елементів β_i; γ – матриця з $n \times n$ елементів γ_{ij}, $i, j = \overline{1,n}$. Звідси

$$\overline{X}_{opt} = -\gamma^{-1} \cdot \beta \,, \tag{4}$$

Для реалізації оптимального плану експерименту необхідно забезпечити такі керуючі впливи $U(t)$, щоб змінні стану $X(t)$ об'єкта якомога швидше переходили з одного усталеного значення $\overline{X}_k$ в інше $\overline{X}_{k+1}$, реалізуючі послідовність, які відповідають оптимальному плану. За умови обмеженості переходів ΔX з k-го усталеного значення $\overline{X}_k$ на $\overline{X}_{k+1}$ та гладкості по X, U нелінійності f (1), динаміку процесу переходу вважатимемо лінійною :

$$\frac{d\Delta X}{dt} \cong A\Delta X(t) + B\Delta U(t), \tag{5}$$

де A і B–матриці коефіцієнтів лінеаризації f по X і U, взяті в точці $\overline{X}_{k+1}$, $\overline{U}_{k+1}$.

Оптимальний перехід з $\overline{X}_k$ в $\overline{X}_{k+1}$ можливий лише за умови відомих значень A і B. Покладемо, $\Delta X(t) = \overline{X}_{k+1} - X(t)$, бажану динаміку переходу задамо еталонною моделлю,

$$\frac{d\Delta X_e}{dt} = D\Delta X_e \,, \tag{6}$$

а керування ΔU - пропорційним ΔX : $\Delta U = C \cdot \Delta X$.

Тоді, за умови наближення $\Delta X(t)$ до $\Delta X_e(t)$, тобто $\frac{d\Delta X}{dt} = (A + B \cdot C)\Delta X(t) = D \cdot \Delta X(t)$, матриця C визначатиметься за відомою еталонною матрицею D і матрицями A і B, які підлягають визначенню (ідентифікації):

$$C = B^{-1}(D - A). \tag{7}$$

Коефіцієнти a_{ij}, b_j матриць A і B будуть гладкими функціями значень $\overline{X}_k, k = 1,2...$, [2]. Таким чином, для отримання кінцевого результату (4), необхідно побудувати модель (21). Для її побудови (шляхом реалізації оптимального плану експерименту в просторі усталених значень $\overline{X}_k$) необхідно (з метою забезпечення оптимальних динамічних режимів переходу $\overline{X}_k$ в $\overline{X}_{k+1}$), отримати модель (5) [3].

Коректне оцінювання похідних від f по X і U, взятих в заданій точці $\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$.

Проблема визначення матриць A і B рівняння (5) полягає в наступному: внаслідок нелінійності f в рівнянні (1) коефіцієнти a_{ij}, b_j матриць A і B в (5), як часткові похідні від $f\left(X,U\right)$ по відповідним змінним, залежать від точки $\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$ їх знаходження, а їх оцінки $\widehat{A}$ і $\widehat{B}$, – ще й від діапазону відхилень $\Delta X, \Delta U$ від цієї точки. Випадкові похибки у вимірах змінних $\Delta X, \Delta U$ та обмеженість у часі експерименту не дає можливості брати ΔX і ΔU достатньо малими, такими, щоб можна було не враховувати вплив нелінійності f. При збільшенні $\Delta X, \Delta U$ співвідношення „корисний сигнал – похибка” покращується, оцінки $\widehat{A}$ і $\widehat{B}$ будуть достатньо ефективні, але зміщені відносно точних похідних внаслідок впливу нелінійності . Зміщення буде відсутнє, якщо модель (5) доповнити квадратичними елементами. Але тепер суттєво зросте мірність вектора коефіцієнтів, що оцінюються, і, як наслідок неортогональності базису, некоректність задачі їх оцінювання.

Розв’язок цього протиріччя полягає в наступному. Позначимо в (1) множину $\left(X,U\right)$ через X^*, похідну $\dfrac{dX}{dt}$ через Y^*. Задачу ідентифікації часткових похідних від f по X і U в точці X_H^* номінального режиму будемо вирішувати порядково. За теоремою Вейерштраса [2], для i-ої складової $y_i*\left(t_k\right)$ і дискретних у часі t_k $\left(k=\overline{1,M}\right)$ вимірів отримаємо ряд Тейлора:

$$\Delta y_i^*(t_k) = \frac{\partial f_i}{\partial X^*}\bigg|_{X_H^*} \cdot \Delta X^*(t_k) + \frac{1}{2}\Delta X^*(t_k)\frac{\partial^2 f_i}{\partial X^* \partial X^{*T}}\bigg|_{X_H^*} \cdot \Delta X^{*T}(t_k) + \dots \quad (8)$$

де

$\Delta X^*(t_k) = X^*(t_k) - X_H^*(t_k), \quad \Delta y^*(t_k) = y_i^*(t_k) - f_i^*(X_H^*(t_k))$.

Ряд (8) в векторно-матричній формі:

$$\Delta y_i^* = \Delta X^* \cdot \alpha_i + \Delta X \cdot B_i \cdot \Delta X^{*T} + \dots, \quad (9)$$

де ; $i = \overline{1,n}$; $\Delta y_i^* = \left[\Delta y_i^*(1), \dots, \Delta y_i^*(M)\right]^T$, $\beta_i = \left[\beta_{i_1}, \cdots, \beta_{i_n}\right]^T$,

$$\Delta \mathbf{X}^* = \begin{bmatrix} \Delta x_1^*(1) & \cdots & \Delta x_n^*(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_1^*(M) & \cdots & \Delta x_1^*(M) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} b_{i_{11}} & \cdots & b_{i_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{i_{n1}} & \cdots & b_{i_{nn}} \end{bmatrix}.$$

В області номінального режиму X_H^* можна обмежитись лінійною складовою ряду (9). За умови відомих коефіцієнтів β_i цього достатньо для аналізу стійкості та керованості об'єкту в цій області. Пропонується знаходити шукані коефіцієнти β_i шляхом прогнозування зміщених внаслідок досить великих відхилень ΔX, але достатньо стабільних оцінок β_i, в точку X_H^*. Дійсно, МНК-оцінка $\widehat{\beta}_i$ згідно з (9) дорівнює

$$\widehat{\beta}_i = Q \cdot \Delta Y_i = Q\Delta X \cdot \beta_i + Q\left(\Delta X B_i \Delta X^T\right) + \cdots, \quad (10)$$

де $Q = \left(\Delta X^T \Delta X\right)^{-1} \Delta X^T$. Тоді $\widehat{\beta}_i = \beta_i + \Delta\beta_i$, де зміщення

$$\Delta\widehat{\beta}_i = \left(\Delta X^T \Delta X\right)^{-1} \Delta X^T \left(\Delta X B_i \Delta X^T + \cdots\right). \quad (11)$$

За умови $\Delta X \to 0$, $\widehat{\beta}_i \to \beta_i$, $\Delta\beta_i \to 0$. На рис. 1 (*а, б*) наведено результати чисельного моделювання задачі ідентифікації лінійної складової нелінійної моделі з невідомими (одиничними) коефіцієнтами:

$$\begin{aligned} y(t_k) &= x_1(t_k) + x_2(t_k) + x_3(t_k) + x_1x_2(t_k) + x_2x_3(t_k) + x_1x_3(t_k) + \\ &+ x_1^2(t_k) + x_2^2(t_k) + x_3^2(t_k). \end{aligned} \quad (12)$$

для експоненціальних (рис. 1, *а*) і синусоїдних (рис. 1, *б*) сигналів $x_i\left(t_k\right)$

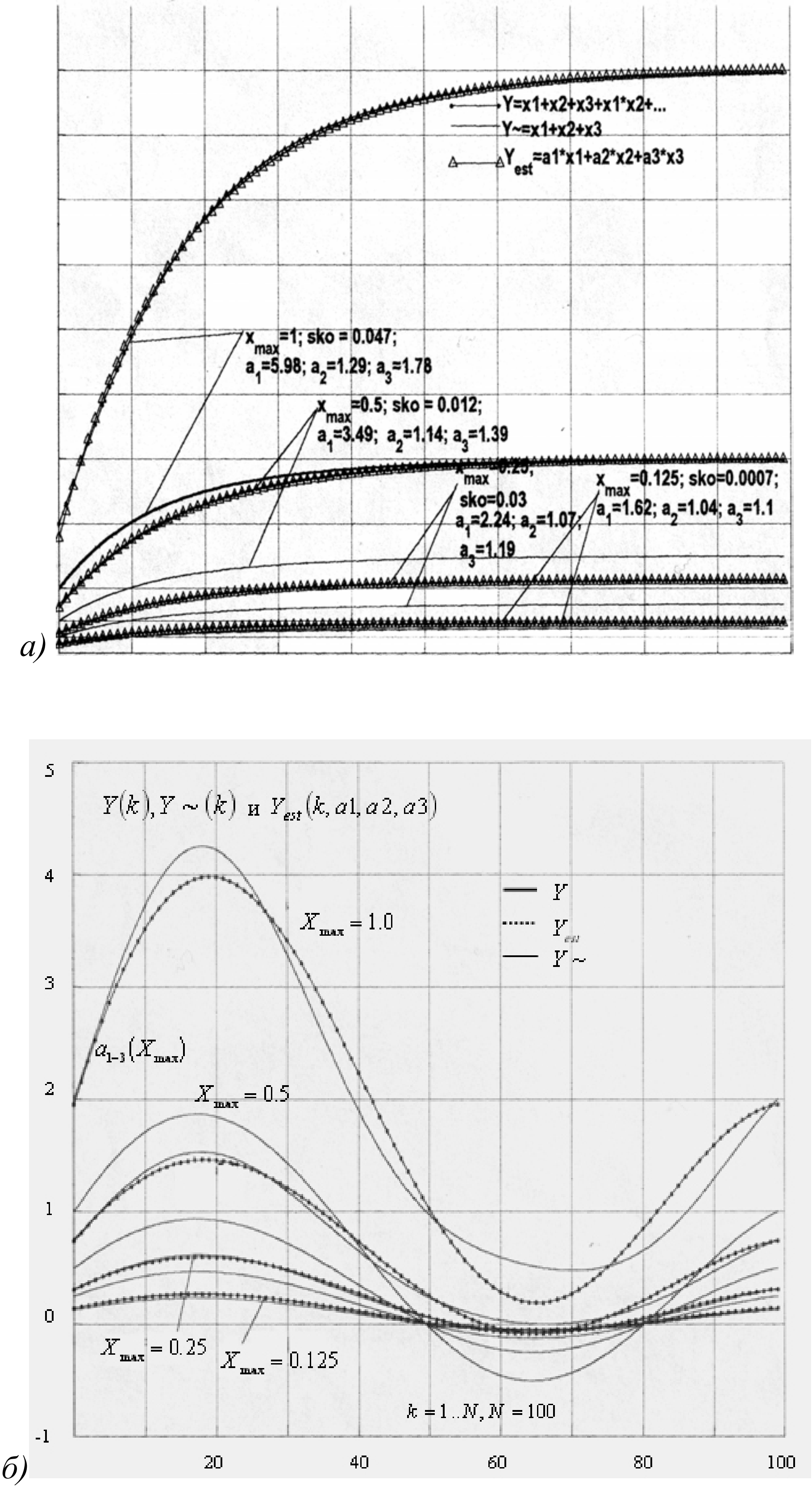
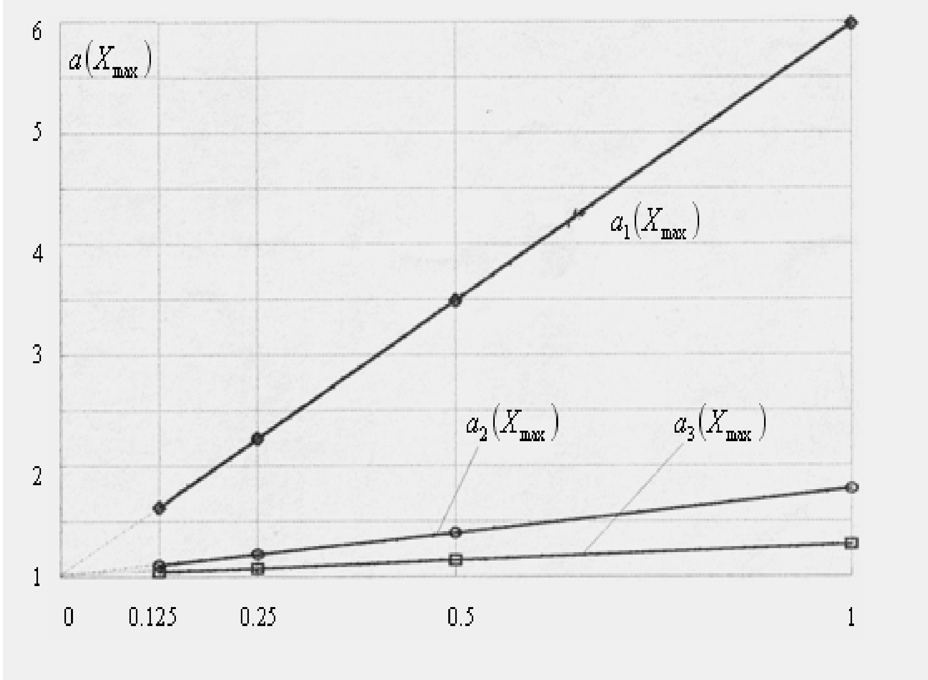


Рис.1. Графіки $y(t)$ для повної, укороченої та апроксимаційної моделі.

На рис. 2, *а, б* подано лінійну апроксимацію зміщених МНК-оцінок в функції амплітуд експоненти (рис. 1, *а*) і синусоїди (рис. 1, *б*).

а) 

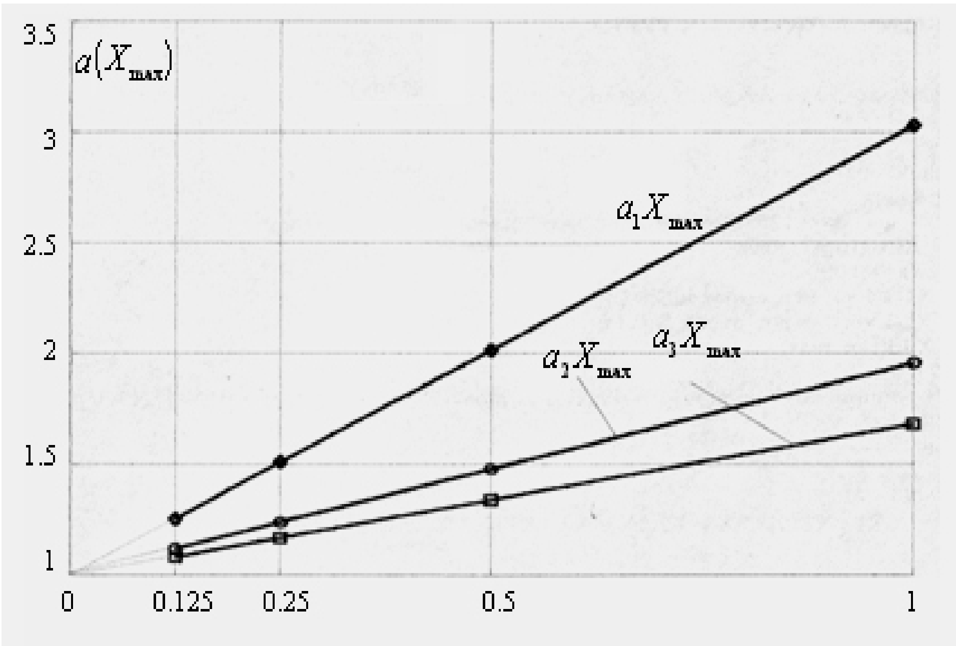
б) 

Рис. 2. Графіки залежності оцінок коефіцієнтів в функції амплітуд експоненти (а) і синусоїди (б)

Як бачимо, лінії регресії збігаються при $x \to 0$ до точних значень. Отримані таким чином незміщені і достатньо (для практики) ефективні оцінки перших похідних (тобто коефіцієнти a_{ij}, b_{ie} $i-$ го рядка матриць $\hat{A}$ і $\hat{B}$) можуть апроксимуватись (внаслідок природної гладкості їх залежності від $\overline{X},\overline{U}$)

регресійними моделями $\hat{A}\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$, $\hat{B}\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$ з метою обчислення їх значень в проміжних точках $\overline{X}_q, \overline{U}_q$ простору (X,U), де експеримент відсутній. Це дає можливість зменшити загальну кількість експериментів по визначенню моделі (5) динаміки процесу.

Оцінки $\hat{A}\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$, $\hat{B}\left(\overline{X}_k, \overline{U}_k\right)$ дають можливість реалізувати оптимальне керування (7) процесом переводу змінних стану $\overline{X}_k$ в $\overline{X}_{k+1}$ і, як наслідок, мінімізувати час експерименту по визначенню моделі (2) залежності показника $\Im\left(\overline{X}\right)$ якості вихідного продукту ТП від усталених змінних стану $\overline{X}$.

Для забезпечення необхідної якості стабілізації параметрів та оптимізації режимів роботи технологічного процесу з метою мінімізації викидів шкідливих речовин до навколишнього середовища разом з побудовою моделі $\hat{\Im}\left(\overline{X}\right)$ слід будувати локальні лінійні моделі (5) динаміки. Це забезпечить необхідну якість процесів переходу змінних стану $X(t)$ з одного усталеного значення на інше, а також бажану якість процесу стабілізації змінних $X(t)$ на заданих рівнях X.

Література

1. **Круг Г.К., Сосулин Ю.А., Фатуев В.А.** Планирование эксперимента в идентификации и экстраполяции. – М. : Наука, 1977. – 207 с.

2. **Сильвестров А.Н.** Два альтернативных подхода к задаче идентификации реальных объектов // Проблемы управления и информатики. – 1996, №6. – С.54 – 65.

3. **Сильвестров А.Н., Чинаев П.И.** Идентификация и оптимизация автоматических систем. – М. : Энергоатомиздат. – 1983. – 200 с.

Silvestrov A.M., Spinul L.Y., Sokovets O.O., Mirunko V.M.

Identification of the local-linear dynamics of the global-nonlinear model of the researched object

The functioning quality of the technological process and its influence on condition of environment is defined with the help of mathematical models building.

Keywords: technology, technological process, vector-function, functioning

quality, method of optimal planning of experiment, control influences, state of the object, sample model, sample matrix.