

*С.М. Сергієнко, Донбаський державний технічний університет*

*Т.В. Бірюкова, Донбаський державний технічний університет*

*С.М. Войтенко, Донбаський державний технічний університет*

*А.В. Кашуба, Донбаський державний технічний університет*

## **РОЗРОБКА ВДОСКОНАЛЕНОЇ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЛАМІНАРНОЇ ТЕЧІЇ ПЛАЗМИ В КАНАЛІ МІКРОПЛАЗМОТРОНА**

С.М. Сергієнко, Т.В. Бірюкова, С.М. Войтенко, А.В. Кашуба

Розробка вдосконаленої методики розрахунку ламінарної течії плазми в каналі мікроплазмотрона

Удосконалена методика розрахунку ламінарної течії газу в каналі плазмотрона, що дозволяє розраховувати його параметри, за умови, якщо довжина дуги визначається механізмом шунтування. Отримана залежність діаметра стовпа дуги від координати вздовж вісі плазмотрона та заданих зовнішніх параметрів. Досліджено поведінку цієї залежності при різних зовнішніх параметрах, показана їх роль у встановленні робочих характеристик плазмотрона.

*Ключові слова:* мікроплазмотрон, ламінарна течія газу, методика розрахунку, залежність діаметра стовпа дуги.

С.Н. Сергиенко, Т.В. Бирюкова, С.Н. Войтенко, А.В. Кашуба

Разработка усовершенствованной методики расчета ламинарного течения плазмы в канале микроплазмотрона

Усовершенствована методика расчета ламинарного течения газа в канале плазмотрона, позволяющая рассчитывать его параметры в случае, если длина дуги определяется механизмом шунтирования. Получена зависимость диаметра столба дуги от продольной координаты и заданных внешних параметров. Исследовано поведение этой зависимости при различных внешних параметрах, показана их роль в установлении рабочих характеристик плазмотрона.

*Ключевые слова:* микроплазмотрон, ламинарное течение газа, методика расчета, зависимость диаметра столба дуги.

Серед електродугових нагрівачів газу (плазмотронів) мікроплазмотрон привертає до себе особливу увагу завдяки своїй мобільності, компактності й малій споживаній потужності. Для поліпшення його параметрів і вибору

оптимальних режимів роботи необхідно знати зв'язок між параметрами, що регулюються ззовні, і тими, що від них залежать. У той же час, хоча закономірності ламінарної течії в каналі плазмотрону вважаються достатньо добре вивченими, існуючі на цей момент аналітичні методики вимагають залучення додаткових експериментальних даних, оскільки в них вважається відомою довжина дуги, яка в мікроплазмотроні є функцією параметрів, що регулюються, і встановлюється в процесі шунтування. Правомірність же використання для розрахунку залежностей, одержаних на основі теорії подібності, може бути поставлена під сумнів, оскільки вони звичайно узагальнюються для діапазонів сили струму й витрати газу, що не включає в собі робочі параметри мікроплазмотрона.

За основу для розрахунку характеристик мікроплазмотрона приймалася модель, синтезована на основі методик, викладених у [1–2]. У запропонованих методиках розглядається „двошарова” модель перебігу газу, тобто в області провідності враховується як радіальне перенесення тепла за рахунок теплопровідності, так і конвективне перенесення тепла потоком газу вздовж осі плазмотрона, а в непровідній — тільки радіальне перенесення (відкидається конвективний член). Ці методики засновані на спільному рішенні рівняння нерозривності, збереження енергії, закону Ома в інтегральній формі й рівності теплових потоків на межі провідної і непровідної областей. Задача розв'язується без урахування кінетичної енергії, яка мала порівняно з тепловою енергією, і дисипації енергії на тертя порівняно з перенесенням енергії за рахунок теплопровідності. Лінії току передбачаються циліндричними, напруженість електричного поля постійної по перетину.

Одержані у [1] формули, що описують ламінарну течію газу, дозволяють розрахувати всі необхідні параметри плазмотрона, якщо нам додатково відомі:

- 1) розподіл функції теплопровідності в початковому перетині;
- 2) закон зміни радіуса стовпа  $u$  у функції від подовжньої координати при заданих зовнішніх даних;
- 3) довжина дуги.

Метою цієї роботи є аналітичне знаходження цих додаткових даних і залежностей, для чого використовувалася теорія пробою газу [3].

Для отримання в [1] аналітичних залежностей, що описують ламінарну течію плазми, використовувалося рішення системи диференціальних рівнянь, що складається з рівнянь:

збереження енергії:

$$\frac{\rho V_z i_s}{l} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\rho V_r i_s}{R} \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{1}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial S}{\partial r} \right) + \sigma_s E^2 S - W_{rs} S, \quad (1)$$

нерозривності:

$$\frac{R}{l} \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_r) = 0, \quad (2)$$

закону Ома в інтегральній формі:

$$I = 2\pi \cdot R^2 \sigma_s E \int_0^{\bar{\zeta}} S r dr. \quad (3)$$

У мікроплазмотроні через малий радіус стовпа дуги можна нехтувати втратами енергії на випромінювання. Також, оскільки відсутній розподілений вдув, то, використовуючи наведену в [1] умову  $\pi R^2 \rho V_z = \frac{G_0}{-2}$  і рівняння

нерозривності, можна записати рівняння збереження енергії у вигляді:

$$\frac{\rho V \cdot i_s}{l} \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{1}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial S}{\partial r} \right) + \sigma_s E^2 S \quad (4)$$

при граничних умовах:

$$S(\bar{r}, 0) = \psi\left(\frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}_0}\right), \quad S_r(0, \bar{z}) = 0, \quad S(\bar{\zeta}, \bar{z}) = 0.$$

Ввівши нову змінну,  $\Theta = \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}$ , можна переписати (4) у вигляді:

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{a^2}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left( \Theta \frac{\partial S}{\partial \Theta} \right) + \bar{\zeta}^{-2} c_1 E^2 S, \quad (5)$$

де  $a^2 = \frac{\pi \cdot l}{G_0 \cdot i_s}$ ,  $c_1 = \frac{\pi \sigma_s R^2 l}{G_0 i_s}$ .

Вирішуючи це рівняння методом розділення змінних і вважаючи, що  $S(\Theta, \bar{z}) = \Phi(\Theta)Y(\bar{z})$ , знаходимо:

$$\frac{dY}{d\bar{z}} = -a^2 \lambda^2 Y + \bar{\zeta}^2 c_1 E^2, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\Theta} \frac{d}{d\Theta} \left( \Theta \frac{d\Phi}{d\Theta} \right) + \lambda^2 \Phi = 0. \quad (7)$$

Рішення рівняння (7) є рядом по функціях Бесселя нульового порядку:

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_0(\lambda_m \Theta), \quad (8)$$

де  $A_m$  — коефіцієнти Фур'є при розкладанні в ряд по функціях Бесселя нульового порядку.

З умови  $S(\bar{\zeta}, \bar{z}) = 0$  витікає, що  $\lambda_r$  — нулі функції Бесселя. Якщо обмежитися першим членом ряду, то рішення (6) буде мати вигляд

$$Y = Y_0 \exp(-a^2 \lambda^2 \bar{z}) \cdot \exp\left(\int_0^{\bar{z}} \bar{\zeta}^2 c_1 E^2 d\bar{z}\right), \quad (9)$$

а рішення (4) запишеться як:

$$S(\bar{r}, \bar{z}) = Y_0 \cdot A_1 \exp(-a^2 \lambda^2 \bar{z}) \cdot \exp\left(\int_0^{\bar{z}} \bar{\zeta}^2 c_1 E^2 d\bar{z}\right) \cdot J_0\left(\lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}\right). \quad (10)$$

Прийнявши  $A_1=1$ , отримали, що  $Y_0 = S_0$ , де  $S_0 = S(0, 0)$ .

Перейшовши в (3) до нової змінної  $\Theta = \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}$ , а також скориставшись (8) і

відомою формулою:

$$\int_0^x \xi J_0(\xi) d\xi = x J_1(x),$$

знайшли, що:

$$I = 2\pi R^2 \sigma_s E Y \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1}. \quad (11)$$

Виразивши з (11) значення для напруженості й підставивши його в (6), одержали:

$$\frac{dY}{dz} = -a^2 \lambda^2 Y + \frac{K}{\bar{\zeta}^2 Y}, \quad (12)$$

$$\text{де } K = \frac{I^2 \lambda_1^2}{4 \cdot G_0 \cdot i_s \pi \cdot R^2 \sigma_s J_1^2(\lambda_1)}.$$

Диференціальне рівняння (12) містить дві невідомі — відносний радіус стовпа й залежну від подовжньої координати складову функції теплопровідності. Для того, щоб одержати диференціальне рівняння з однією змінною, скористаємося умовою рівності теплових потоків на межі дуги. У непровідній області рівняння збереження енергії запишеться як:

$$\frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial S}{\partial \bar{r}} \right) = 0. \quad (13)$$

Його двократна інтеграція показує, що функція теплопровідності змінюється в непровідній області по логарифмічній залежності:

$$S_1 = C_1 \ln(\bar{r}) + C_2, \quad (14)$$

де  $C_1$  и  $C_2$  — константи інтегрування.

Скориставшись граничними умовами на межі дуги й стінці каналу, можна записати, що:

$$C_1 = \frac{S_* - S_w}{\ln \bar{\zeta}}. \quad (15)$$

Радіальний градієнт функції теплопровідності на межі дуги можна одержати, продиференціювавши (14) при  $\bar{r} = \bar{\zeta}$ :

$$\frac{\partial S_1}{\partial \bar{r}} (\bar{r} = \bar{\zeta}) = \frac{C_1}{\bar{\zeta}}. \quad (16)$$

У той самий час, якщо записати значення функції теплопровідності як  $S_1 = Y J_0 \left( \lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right)$ , то його радіальний градієнт на межі дуги можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial S_1}{\partial \bar{r}} (\bar{r} = \bar{\zeta}) = -Y J_1 \left( \lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right) \frac{\lambda_1}{\bar{\zeta}}, \quad (17)$$

звідки, з урахуванням (15) і (16), можна одержати вираз:

$$Y = \frac{\mathbf{b}}{\ln \bar{\zeta}}, \quad (18)$$

$$\text{де } \mathbf{b} = \frac{S_w - S_*}{J_1(\lambda_1)\lambda_1}.$$

Підставивши вираз (18) у (12), після перетворень одержимо диференціальне рівняння, що описує зміну радіусу стовпа впродовж  $\bar{z}$ :

$$\frac{-\mathbf{b}^2 \bar{\zeta}}{\ln \bar{\zeta}} \bar{\zeta}' = -a^2 \lambda_1^2 \mathbf{b}^2 \bar{\zeta}^2 + K \ln^2 \bar{\zeta}. \quad (19)$$

Рішення цього рівняння у квадратурах викликає певні труднощі. Утім, аналітичне рішення цього рівняння дало б нам функцію залежності відносної радіальної координати  $\bar{z}$  від відносного радіуса стовпа, тобто функцію, зворотну шуканої. Тому для отримання інформації про зміну радіуса стовпа вздовж подовжньої координати рівняння (19) розв'язувалося чисельно при заданих константах, величина яких залежить від витрати газу, роду газу, сили струму, радіуса каналу плазмотрона, довжини дуги, а також при початковому відносному радіусі дуги, що задається. Для визначення його величини використовувалося значення початкової напруженості електричного поля, для визначення якої, у свою чергу, використовувалася емпірична формула, наведена в [4]:

$$E_o = 2900 \cdot \exp\left(6.75 \frac{G}{d} - 77d\right). \quad (20)$$

Вираз для розрахунку початкового діаметру був одержаний з формул (12) і (18):

$$\frac{\ln \bar{\zeta}_o}{\bar{\zeta}_o} = \frac{I \cdot \lambda_1^2}{2\pi R^2 \sigma_s E_o (S_w - S_o)}. \quad (21)$$

Чисельне рішення диференціального рівняння (19) при початковому радіусі, одержаному з (21), здійснювалося в MathCAD при різних значеннях сили струму, витратах газу й радіусах розрядного каналу. Дослідження зовнішнього вигляду графіків дало дещо несподіваний результат. Так, звичайно

передбачається, що радіус стовпа монотонно зростає, прагнучи до асимптотичного значення. Дослідження ж залежності показало, що при недостатньо великій витраті газу і/або достатньо великій величині сили струму спостерігається коливання радіусу стовпа (див. рис. 1): радіус стовпа спочатку стрімко зростає, після чого, досягнувши максимуму, починає знижуватися й робиться практично постійним.

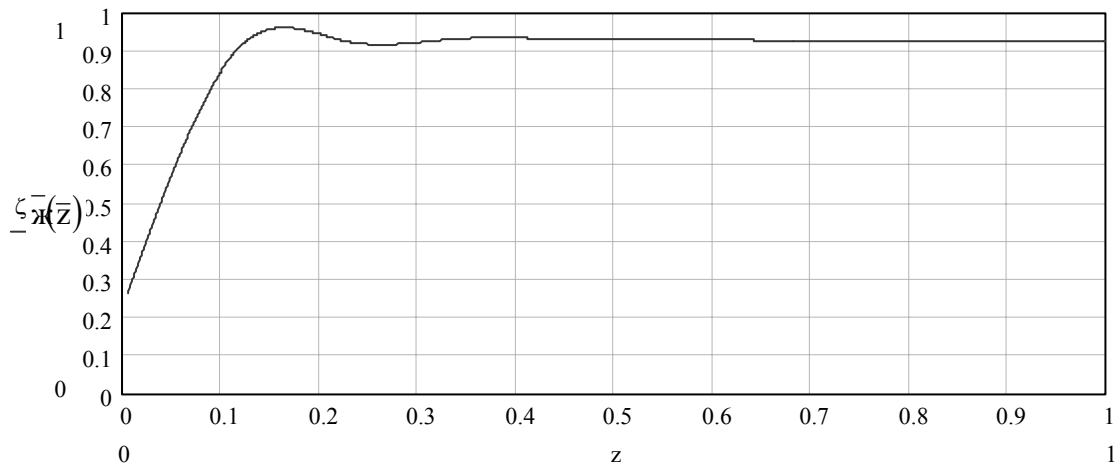


Рис.1. Поведінка відносного радіуса стовпа як функції від  $\bar{z}$  при силі току  $I=30$  А, витрат повітря  $G=3$  л/с, довжині дуги  $l=0,03$  м

При вищих витратах газу й менших силах струму радіус стовпа, швидко зростаючи на початковій ділянці, досягає постійного значення й потім практично не змінюється (рис. 2).

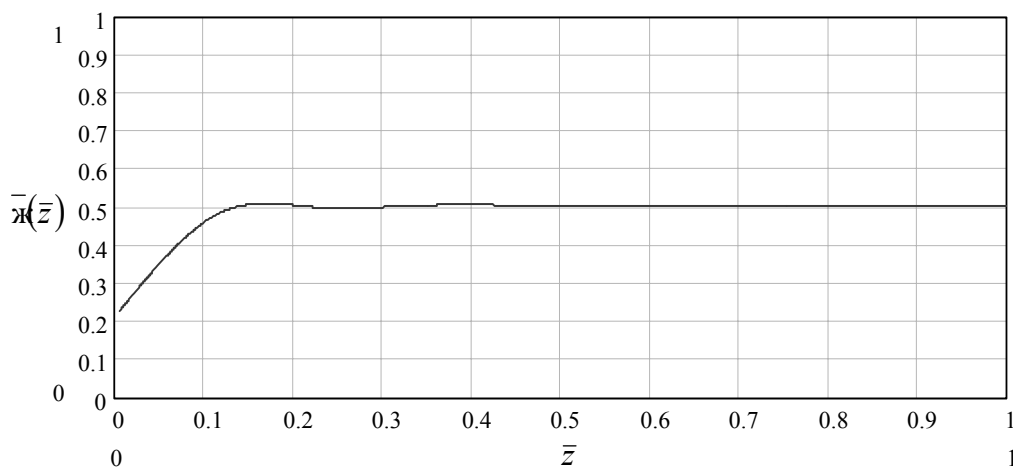


Рис.2. Поведінка відносного радіуса стовпа як функції від  $\bar{z}$  при силі току  $I=20$  А, витрат повітря  $G=3$  л/с, довжині дуги  $l=0,03$  м

Іншою несподіванкою стала значна залежність значення сталого діаметру від початкових умов, а саме: окрім сили струму й витрати газу, на його величину сильно впливає величина початкового радіуса: при малих радіусах значно знижувалася й величина сталого радіуса. Збільшення радіусу каналу плазмотрону приводило до зменшення відносного радіуса стовпа, що пояснюється, вірогідно, з тим, що ми досліджуємо саме відносний радіус, і, отже, зміна радіуса каналу означає зміну масштабу одиниць вимірювання радіуса. Як видно з аналізу (19), використання газу з більшою питомою ентальпією, як і зменшення довжини дуги, еквівалентне збільшенню витрати газу.

Тут необхідно відзначити, що така залежність радіуса стовпа від довжини дуги у випадку, якщо вона визначається процесом шунтування, призводить до появи деякої рівноважної довжини дуги, біля якої вона й коливається в процесі шунтування. Оскільки при шунтуванні дуга періодично витягується, то це призводить як до збільшення „сталого” відносного радіуса, так і величини радіуса в максимумі. Таким чином, подовження дуги в процесі шунтування призводить не тільки до збільшення напруги на ній, але й до зменшення напруги, необхідної для пробою газового проміжку. Оскільки в цій моделі рівняння збереження енергії розглядається без урахування конвективного члена, середньоефективна температура залежить тільки від величини газового проміжку (оскільки граничні умови на поверхні дуги й стінці скрізь однакові). Завдяки цьому, з аналізу залежностей радіусу стовпа від подовжньої координати, можна наголосити на важливому моменті, а саме: вважати, що найкращі умови для пробою досягаються при  $\bar{z} = 0,15$ . Саме тут радіус стовпа, як правило, або досягає максимуму (що відповідає мінімальному пробивному проміжку), або приймає стале значення. При цьому, хоча пробивна напруга буде такою ж, як і на решті частини стовпа (якщо радіус досягає сталого значення), умови для пробою будуть усе-таки кращими, оскільки в цій точці буде більшою напруга між цією точкою й кінцем дуги.



На підставі сказаного можна запропонувати таку спрощену модель розрахунку плазмотрона:

1. Задавшись необхідними для розрахунку зовнішніми параметрами (силою струму, витратою й типом газу, радіусом каналу) і деякою початковою довжиною дуги, а також узятим з узагальнених експериментальних даних значенням початкової напруженості, на основі залежності (19) визначити пробивну напругу при  $\bar{z} = 0,15$ .

Для розрахунку напруги пробою можна використовувати наведену в [1] методику, згідно з якою напругу пробою можна визначити за такою формулою:

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \int_1^{K_1} \frac{\zeta \cdot M_1 p}{\tau} \exp\left(\frac{-\zeta \cdot \bar{r}_1 \cdot B_1 \cdot p \cdot \ln K_1}{\tau U_p}\right) d\bar{r}_1, \quad (22)$$

$$\text{де } \bar{r}_1 = \frac{r}{\zeta}, \quad \tau = \frac{T}{T_1}, \quad K_1 = \frac{R}{\zeta},$$

$p$  — тиск газу;

$M_1$  і  $B_1$  — коефіцієнти, експериментально визначені при температурі  $T_1$  [3];

$\gamma$  — вторинний коефіцієнт іонізації.

Для інтеграції приймалося, що температура змінюється за лінійним законом від температури на поверхні дуги  $T^* = 2500^0\text{K}$  до температури, що дорівнює температурі стінки каналу.

2. На підставі формули зміни потенціалу, наведеної в [1], для випадку постійного радіуса стовпа й відсутності розподіленої подачі газу визначити напругу на ділянці від  $\bar{z} = 0,15$  до  $\bar{z} = 1$ :

$$\varphi(\bar{z}) = \varphi(0) - I E_\infty \left\{ \bar{z} + \frac{1}{a^2 \lambda_1^2} \ln \frac{1 + [1 - (1 - M) \exp(-2a^2 \lambda_1^2 \bar{z})]}{1 + M^{0.5}} \right\}, \quad (23)$$

$$\text{де } M = \frac{E_\infty}{E_0}.$$

$$E_\infty = \frac{\lambda_1}{R \zeta \sigma^{0.5}}. \quad (24)$$

3. Порівняти одержані величини. У випадку, якщо пробивна напруга менша за падіння на вказаній ділянці, зменшити початкову довжину, що задається, якщо більша — збільшити. Таким чином, послідовно задаючись різними довжинами, визначити «сталу» довжину дуги, при якій пробивна напруга при  $\bar{z} = 0,15$  буде дорівнювати напрузі на сталій ділянці.

4. Визначити за формулою (23) падіння напруги на дузі при довжині, рівній сталій, і при довжині, рівній 0,15 від її величини. Оскільки ми вважаємо, що шунтування відбувається при  $\bar{z} = 0,15$ , то для визначення середньої напруги на дузі використати формулу:

$$U = U_a + U_k + \frac{U_1 + U_2}{2}, \quad (25)$$

де  $U_a$  і  $U_k$  – відповідно катодне й анодне падіння напруги;

$U_1$  – визначене за (23) падіння напруги на дузі при довжині, рівній 0,15 від сталої довжини;

$U_2$  – напруга на дузі при довжині, що дорівнює сталій.

5. Інші характеристики плазмотрона можна спрощено розрахувати як функцію від середньої довжини дуги, спираючись на формули, викладені в [1].

Надалі планується провести низку експериментальних досліджень для отримання вольт-амперних характеристик плазмотрона й підтвердження теоретичних результатів.

Позначення:

$\rho$  – густина газу;

$V_z, V_r$  – подовжня й радіальна складова швидкості;

$S_1 = \int_0^T \lambda dT$  — функція теплопровідності;

$S = \int_{T_*}^T \lambda dT$  — відносна функція теплопровідності

$S_*$ ,  $S_w$ , – значення функції теплопровідності на поверхні стовпа й розрядного каналу відповідно;

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;

$T_*$  – температура на поверхні стовпа;

$E$  – напруженість електричного поля в стовпі дуги;

$I$ ,  $G_0$  – сила струму й витрата газу в початковому перетині плазмотрона;

$\sigma_s$ ,  $i_s$ ,  $W_{rs}$  – коефіцієнти пропорційності між провідністю газу, його ентальпією, випромінювальною здатністю одиниці плазми й відносною функцією теплопровідності відповідно;

$l$ ,  $R$  – довжина й радіус розрядного каналу;

$z$ ,  $r$  – подовжня й радіальна координати;

$\bar{z}$ ,  $\bar{r}$  – подовжня й радіальна координати, співвіднесені до  $l$  і  $R$ ;

$\zeta$  – радіус стовпа дуги й радіус стовпа дуги співвіднесений до  $R$ .

### Література

1. Даутов Г. Ю., Дзюба В. Л., Карп И. Н. Плазмотроны со стабилизированными электрическими дугами. – К. : Наук. думка, 1984. – 166 с.
2. Стайн Г. А. Высокотемпературная сверхзвуковая аэродинамическая труба // Исследование при высоких температурах. – М.: Наука, 1967. – С. 94–120.
3. Энгель А. Ионизированные газы. – М. : Фитматгиз, 1959. – 332с.
4. Дзюба В. Л., Даутов Г. Ю., Абдуллин И. Ш. Электродуговые и высокочастотные плазмотроны в химикометаллургических процессах. – Киев : Вища шк., 1991. – 170 с.

S.M. Sergienko, T.V. Birukova, S.M. Voytenko, A.V. Kashuba

Development of the improved method of calculation of laminar flow of plasma in the channel of microplasmotron.

The method of calculation of laminar gas flow is improved in the plasma generator channel. The method of plasma generator parameters calculation is obtained for arc length which is determined by shunting mechanism. The dependence

of arc diameter from a longitudinal coordinate and preset external parameters is obtained. The obtained dependence is explored at different external parameters value. The role of external parameters is shown in plasma generator working characteristics setting.

*Key words:* microplasmotron, laminar gas flow, method of calculation, dependence of diameter of arc.

Відомості про авторів

**Сергієнко Сергій Миколайович** – кандидат технічних наук, декан факультету „Автоматизація і електротехнічні системи” Донбаського державного технічного університету.

**Бірюкова Тетяна Василівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри „Радіофізика” Донбаського державного технічного університету.

**Войтенко Сергій Миколайович** – студент Донбаського державного технічного університету.

**Кашуба Анатолій Віталійович** – студент Донбаського державного технічного університету.