УДК 378.147

І. А. Вереітіна, Одеська національна академія харчових технологій

МЕТОДИКА АНАЛІЗУ ВІРОГІДНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ОЦІНЮВАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ ЗНАНЬ

Вереітіна І. А.

Методика аналізу вірогідності результатів оцінювання професійних знань

Наведено методику визначення вірогідності результатів, отриманих у ході формувального етапу експерименту з оцінювання професійних знань респондентів, і приклад перевірки задіяних гіпотез. Методика буде корисною для аспірантів та молодих науковців.

Ключові слова: експеримент, варіаційний ряд; вірогідносний аналіз, вибірка, масив значень, шкала інтервалів.

Вереитина И. А.

Методика анализа достоверности результатов оценивания профессиональных знаний.

Приведена методика определения достоверности результатов, полученных в ходе формирующего этапа эксперимента по оценке профессиональных знаний респондентов, и пример проверки задействованных гипотез. Методика будет полезной для аспирантов и молодых ученых.

Ключевые слова: эксперимент, вариационный ряд; вероятностный анализ, выборка, массив значений, шкала интервалов.

Кожна дослідницька робота потребує узагальнення результатів, одержаних в результаті наукової роботи. Вчені, вивчивши та проаналізувавши репрезентативну вибіркову сукупність даних можуть робити висновки щодо явища, що вивчається або ступеню навченості студентів при запровадженні нової методики викладання дисципліни. Тому визначення послідовності проведення аналізу результатів оцінювання професійних знань студентів за допомогою вірогідної вибіркової величини є актуальною задачею.

Метою аналізу результатів оцінювання є отримання невеликої кількості ключових (найбільш інформативних) параметрів, які дають об’єктивну та точну картину стану навченості групи – професійних знань, умінь та навичок, засвоєних протягом курсу навчання. Вибіркове спостереження є найпоширенішим з усіх видів несуцільного спостереження. Під час проведення вибіркового спостереження вивчаються не всі одиниці досліджуваного об'єкта, а лише деяка відібрана частина цих одиниць. Однак спостереження організоване таким чином, що ця частина відібраних одиниць відобразила всю сукупність, але у зменшеному масштабі. Переваги вибіркового методу полягають у тому, що його використання дає змогу краще організувати спостереження, забезпечує проведення дослідження у стисліші терміни, з мінімальними затратами праці і витратами коштів.[3, 4, 5]

Ціллю статті є доведення до відома молодих науковців та аспірантів розроблену процедуру та алгоритми методики визначення вірогідності результатів, отриманих у ході формувального етапу оцінювання професійних знань респондентів.

Математична обробка результатів формувального етапу експерименту проводиться з метою додаткової перевірки основної гіпотези дослідження.

Статистичний аналіз або оцінка параметрів розподілу розпочинається з перетворення вибірки експериментальних даних до виду варіаційного ряду. Якщо в результаті експерименту отримано вибірку будь-якої величини у вигляді масиву значень, наприклад: $u_{мін}$, u_1, u_2, u_3,..... $u_{макс}$, то:

- для побудови інтервального варіаційного ряду необхідно визначити величину інтервалу щодо вибірки,
- встановити повну шкалу інтервалів,
- відповідно до обраної шкали інтервалів згрупувати значення вибірки.

Для визначення оптимального розміру інтервалу *h*, або такого, при якому побудований інтервальний ряд не був би дуже громіздким і водночас дозволяв виявити характерні риси явища, що вивчається, можна використовувати формулу Стерджеса:

$$h=(u_{макс}- u_{мін})/(1 + 3{,}322\ell g n),$$

де $u_{макс}$, $u_{мін}$ – найбільше та найменше значення в ряді вибірки; n – загальна кількість елементів вибірки.

Якщо h дрібне число, то воно округляється до найближчого цілого числа, або до найближчої простої дробі.

За початок першого інтервалу приймається величина $u_{мін} – h/2$.

В цьому разі, якщо a_i початок $i^{-ого}$ інтервалу, то інтервальний варіаційний ряд становить $a_1 = u_{мін} – h/2; a_2 = a_1 + h; a_3 = a_2 + h$ і т.п.

Побудова інтервалів продовжується до того часу, поки початок наступного за порядком інтервалу не буде рівним або більшим ніж $u_{макс}$.

- Визначення кількості елементів вибірки n_i які попали у кожний з напівінтервалів (u_{i-1}, u_i) та відносну частоту влучення несподіваної величини до відповідного напівінтервалу $P_i = n_i / n$.

- Варіаційний ряд оформлюють у вигляді таблиці, причому елементам вибірки, які влучили до $i^{-ого}$ інтервалу, приписують значення $u^*_i = (u_{i-1} + u_i)/2$.

Таблиця 1

Розподіл вірогідності варіаційного ряду

i	(u_{i-1}, u_i)	u^*_i	n_i	P_i
1	$(u_{мін}, u_1)$	u^*_i	n_1	P_1
2	(u_1, u_2)	u^*_2	n_2	P_2
3	(u_2, u_3)	u^*_3	n_3	P_3
4	(u_3, u_4)	u^*_4	n_4	P_4
5	(u_4, u_5)	u^*_5	n_5	P_5
$к$			$\Sigma = n$	$\Sigma = 1$

- Варіаційний ряд надають у вигляді графіка-гістограми, рис.1, а саме емпіричного або вибіркового розподілу вірогідності, на якому по осі ординат відкладають значення P_i / h_i , а по осі абсцис – u^*_i. Для всієї кількості елементів вибірки n^*_i, які потрапили до інтервалу h, вірогідність P_i вважається однаковою, а тому гістограму складено з прямокутників.

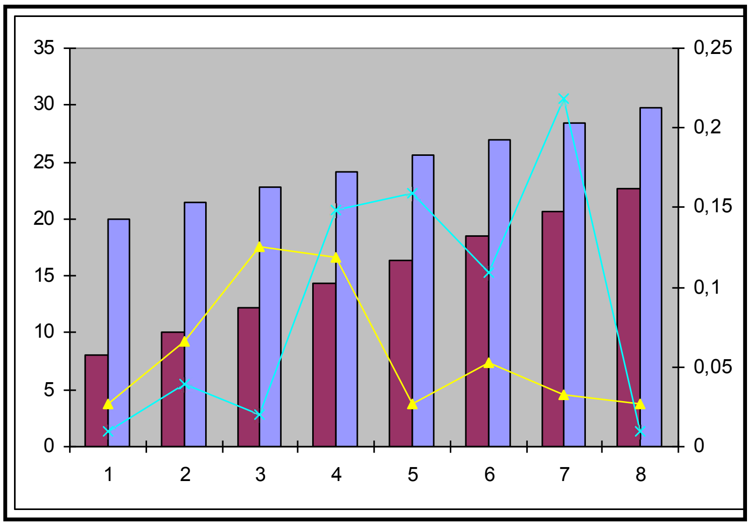

Рис. 1. Графік-гістограма вибіркового розподілу вірогідності

Після побудови варіаційного ряду розраховується оцінка математичного очікування істинного значення величини

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} u_i^* n_i = \sum_{i=1}^{k} u_i^* P_i$$

При обчисленні оцінки дисперсії або середнього квадратичного відхилення, величину $\bar{u}$ беруть з тією ж кількістю знаків, що і величину u_i. Оцінка дисперсії становить

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{k} (u_i^* - \bar{u})^2 P_i \quad ,$$

або для першого інтервалу

$$S_1^2 = \frac{n}{n-1}\left(u_1^* - \bar{u}\right)^2 P_1 .$$

Після підрахунку оцінок дисперсії необхідно здійснити перевірку ступеню їх точності та надійності. Для цього знаходять такі числа $\Delta\bar{u}$, при яких довірчий інтервал $(\bar{u}-\Delta\bar{u};\ \bar{u}+\Delta\bar{u})$ покриватиме невідоме дійсне значення величини варіаційного ряду $\bar{u}$ з достатньо великою вірогідністю P. Такий інтервал має назву довірчого з довірчою вірогідністю P.

Вважаючи, що вихідна раптова величина u_i має нормальний закон розподілу, можна побудувати довірчий інтервал для отримання оцінок математичного очікування m_i оцінюваного в цьому разі за допомогою середньої арифметичної величини $\bar{u}$, та для дисперсії генеральної сукупності, оцінюваної за допомогою дисперсії вибірки S^2.

Побудову довірчого інтервалу для математичного очікування m_i засновано на визначенні по таблицям розподілу Стьюдента такого числа t_{qv} , при якому інтервал $(\bar{u} - t_{qv}\frac{S}{\sqrt{n}};\bar{u} + t_{qv}\frac{S}{\sqrt{n}})$ буде довірчим інтервалом, який відповідає довірчій вірогідності $P = 1 - \frac{q}{100}$, де q – рівень значимості дійсного значення величини, який обирається у межах (1...5)%; $v=n-1$ – число ступенів свободи.

Побудову довірчого інтервалу щодо дисперсій генеральної сукупності σ_x^2 засновано на тому, що величина

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

розподіляється за законом χ^2 (хі-квадрат) розподілу за Пірсоном з $v = n-1$ ступенями свободи. Це обумовлено тим, що у деяких випадках потрібно визначати не середнє значення вимірюваної величини, а дрібне – окремих вимірювань відносно цієї середньої величини, яка характеризується величиною дисперсії розподілу. При цьому довірчий інтервал для σ_x^2 дорівнює $\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2};\frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2}\right]$.

Значення χ_2^2 та χ_1^2 знаходять за табличними даними для відомої ступені свободи $v = n-1$ та розрахованими за наданим значенням рівня значущості вірогідностями $P_1 = 1 - 0{,}5\frac{q}{100}$ та $P_2 = 0{,}5\frac{q}{100}$.

Визначаючи оцінки математичного очікування за допомогою середньої арифметичної, а дисперсію генеральної сукупності – за дисперсією вибірки, ми приймаємо гіпотезу про те, що випадкова величина підпорядковується нормальному закону розподілу. Тому необхідно здійснити перевірку статистичної гіпотези відносно значень генеральних статистичних характеристик та генеральних розподілів вірогідності.

Перевірку гіпотези проводять шляхом порівняння деяких статистичних показників – критеріїв перевірки, розрахованих за даними вибірки, із значеннями цих показників, визначених теоретичним шляхом за умови, що гіпотеза, яка перевіряється, є дійсною.

Для критеріїв перевірки обираємо належні рівні значущості *(q=10 %, 5 %, 2 % і т.п.)*, що відповідають випадкам, які при проведенні досліджень вважаються практично неймовірними. У подальшому визначається область застосованого критерію, вірогідність влучання у яку в разі, якщо гіпотеза вірна, достеменно дорівнює рівню значущості.

Якщо значення критерію належить області допустимих значень, можна вважати, що дані вибірки не суперечать гіпотезі.

Перевірку гіпотези про тотожність математичного очікування (m_i) наданому значенню $(\bar{u})$, або «нуль» гіпотези, виконують так. Розглянуті раніше методи перевірки побудовані на передумові, що форма закону розподілу раптової величини відома та поширюється вона лише на значення параметрів цього закону. Однак, у ряді випадків, сам вигляд цього закону нормального розподілу є гіпотетичним і потребує перевірки. З'являється потреба в критерії перевірки (за даними вибірки) гіпотези про те, що надана величина u_i підкорюється закону розподілу $F(x)$. Якщо такий критерій для випадку, що розглядається, перевищує належну встановлену норму, то гіпотеза приймається, якщо ні – навпаки. У разі такого критерію приймається критерій Пірсона (χ^2).

Якщо за даними вибірки побудовано варіаційний ряд з кількістю елементів n_i , які потрапили до $i^{-ого}$ напівінтервалу, а вірогідність потрапляння величини u_i до $i^{-ого}$ напівінтервалу, обчислена з використанням гіпотетичного розподілу – P_i, то критерій Пірсона формується так:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n\widetilde{P}_i)^2}{n\widetilde{P}_i} .$$

Критерій χ^2 має $v = k\text{-}\ell\text{-}1$ ступенів свободи, де ℓ – кількість параметрів, що оцінюються у зоні їх розподілу. Наприклад, якщо дотримується закон нормального розподілу випадкової величини то здійснюється оцінка її дисперсії і математичного очікування $\ell=2$.

Передостанній етап статистичної обробки результатів експерименту це вирівнювання емпіричного розподілу вірогідності за допомогою закону нормального розподілу. Оскільки вибірка не суперечить гіпотезі про нормальний розподіл випадкової величини, то доцільно виразити гістограму розподілу за допомогою функції густини вірогідностей закону нормального розподілу:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{S}e^{\frac{-(u-\overline{u})^2}{2S^2}}=\frac{1}{S}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(u-\overline{u})^2}{2S^2}}\right],$$

де величина в дужках є табульована.

На заключному етапі статистичної обробки здійснюється розрахунок необхідного об’єму елементів вибірки *(n)* для отримання ступеня оцінки математичного очікування з потрібною точністю δ від 1% до 10% з довірчою вірогідністю $P=0,95$, якщо відома оцінка дисперсії S^2 обчислена за однією вибіркою малого об’єму і за однією генеральною сукупністю. Так, за даними довірчої вірогідності P знаходять $\Phi_o(t)=P/2$. Величину t , яка відповідає цьому значенню $\Phi_o(t)$, знаходять за таблицею. Необхідний об’єм вибірки становить $n=\frac{t^2S^2}{\delta^2}$. Отримані значення зводять до таблиці $(\delta,\Delta\overline{u},n)$, за результатами якої будують графік залежності $n(\delta)$ і за ним визначають потрібну кількість елементів вибірки.

Приклад 1. Перевіряється гіпотеза H_0: стан знань респондентів (студентів-екологів) не підвищився після вивчення інтегрованого курсу. Альтернативна гіпотеза: респонденти (студенти-екологи) зможуть підвищити свій професійний рівень засобами англійської мови за умови організації процесу навчання за принципами інтеграції двох видів діяльності: професійно орієнтованої та іншомовної-мовленнєвої.

1. Результати вхідного і вихідного тестування подамо у вигляді варіаційного ряду змін імовірної величини, одержаної в результаті експерименту.

19, 11, 13, 12, 17, 15, 18, 14, 12, 22, 15, 13, 11, 14, 13, 22, 5, 13, 10, 20, 13, 17, 9, 18, 20, 13, 14, 12, 15, 8, 13, 14, 10, 13, 20, 15, 10, 14, 22, 18, 20, 18, 10, 11, 15, 8, 15, 13, 23, 13, 20, 13, 11, 13, 14, 14, 10, 13, 15, 15, 15, 10, 16, 8, 19, 18, 13, 12, 18, 13, 14, 15;

24,25, 26, 24, 26, 23, 24, 26, 26, 27, 22, 28, 27, 23, 22, 30, 26, 27, 24, 29, 28, 24, 25, 25, 25, 28, 24, 24, 27, 24, 27, 28, 29, 24, 28, 26, 27, 26, 29, 24,22, 29, 29, 24, 28, 28, 24, 26, 29, 24, 25, 28, 29, 22, 29, 20, 28, 27, 29, 28, 27, 29, 24, 28, 27, 24, 27, 26, 27, 26, 25, 28.

2. Оскільки в результаті формувального етапу експерименту одержані результати вхідного і вихідного зрізів у вигляді вибірки кількості правильних відповідей на 30 контрольних запитань рідною і англійською мовою, подамо їх у вигляді інтервального варіаційного ряду. Для побудови такого ряду визначимо величину інтервалу всередині вибірки. Для визначення оптимального розміру інтервалу h, або такого, при якому побудований інтервальний ряд не був таким громіздким і водночас дозволяв би виявити характерні риси явища, що вивчається, використаємо формулу Стерджеса:

$$h = (U_{max.} - U_{min.}) / (1+ 3{,}322 \lg n), \qquad (1)$$

де $U_{max.}$, U_{min} – найбільше і найменше значення оцінок у вибірці;
n – загальна кількість оцінок у вибірці.

$$h_1 = (23 - 8) / (1+3{,}322 \lg 72) = 2{,}09 \sim 2{,}1;$$
$$h_2 = (30–20) / (1+3{,}322 \lg 72) = 1{,}39 \sim 1{,}4;$$
$$a_1 = U_{min.} - h/2$$
$$a_2 = a_1 + h;$$
$$a_3 = a_2 + h;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$
$$a_n = a_{n+1} + h.$$

Побудова інтервального ряду продовжується до того часу, поки початок наступного за порядком інтервалу не буде дорівнювати або буде більшим, ніж U_{max} (вхідний тест – a_i ; вихідний тест – b_i).

$a_1 = 8 - 1{,}05 = 6{,}95;$ $b_1 = 20 – 0{,}7 = 19{,}3;$
$a_2 = 6{,}95 + 2{,}1 = 9{,}05;$ $b_2 = 19{,}03 + 1{,}4 = 20{,}70;$
$a_3 = 9{,}05 + 2{,}1 = 11{,}15;$ $b_3 = 20{,}70 + 1{,}4 = 22{,}10;$
$a_4 = 11{,}15 + 2{,}1 = 13{,}25;$ $b_4 = 22{,}10 + 1{,}4 = 23{,}50;$
$a_5 = 13{,}25 + 2{,}1 = 15{,}35;$ $b_5 = 23{,}50 + 1{,}4 = 24{,}90;$
$a_6 = 15{,}35 + 2{,}1 = 17{,}45;$ $b_6 = 24{,}90 + 1{,}4 = 26{,}30;$
$a_7 = 17{,}45 + 2{,}1 = 19{,}55;$ $b_7 = 26{,}30 + 1{,}4 = 27{,}70;$
$a_8 = 19{,}55 + 2{,}1 = 21{,}65;$ $b_8 = 27{,}70 + 1{,}4 = 29{,}10;$
$a_9 = 21{,}65 + 2{,}1 = 23{,}75 > 23;$ $b_9 = 29{,}10 + 1{,}4 = 30{,}50 > 30;$

$$K = (1+3{,}322 \lg 72) = 7{,}2 \sim 8;$$
$$K_1=8; \quad K_2=8.$$

3. Визначимо кількість елементів вибірки *(n)*, *(i=1,2.3…….72),* які потрапили до кожного з напівінтервалів $(u_{i+1,} u_i)$, і відносну частоту потрапляння випадкової величини до відповідного напівінтервалу

$$P_i = n_i / n_{(i=72)}.$$

Кількість елементів вибірки (n)

$n_1 = 4;$ $n_1 = 1;$
$n_2 = 10;$ $n_2 = 4;$
$n_3 = 19;$ $n_3 = 2;$
$n_4 = 18;$ $n_4 = 15;$
$n_5 = 4;$ $n_5 = 16;$
$n_6 = 8;$ $n_6 = 11;$
$n_7 = 5;$ $n_7 = 22;$
$n_8 = 4;$ $n_8 = 1.$

Відтак, відносна частота попадання випадкової величини до кожного інтервалу становить:

$P_1 = 4 / 72 = 0{,}0556;$ $P_1 = 1 / 72 = 0{,}0139;$
$P_2 = 10 / 72 = 0{,}1389;$ $P_2 = 4 / 72 = 0{,}0556;$
$P_3 = 19 / 72 = 0{,}2639;$ $P_3 = 2 / 72 = 0{,}0278;$
$P_4 = 18 / 72 = 0{,}2500;$ $P_4 = 15 / 72 = 0{,}2083;$
$P_5 = 4 / 72 = 0{,}0556;$ $P_5 = 16 / 72 = 0{,}2222;$
$P_6 = 8 / 72 = 0{,}1111;$ $P_6 = 11 / 72 = 0{,}1528;$
$P_7 = 5 / 72 = 0{,}0694;$ $P_7 = 22 / 72 = 0{,}3056;$
$P_8 = 4 / 72 = 0{,}0556;$ $P_8 = 1 / 72 = 0{,}0139.$

4. Елементам вибірки, які попали у $i^{й}$ інтервал, надаємо значення:
$a_1 = 0{,}5\,(a_1 + a_2) = 8;$ $b_1 = 0{,}5\,(b_1 + b_2) = 20{,}0;$
$a_2 = 0{,}5\,(a_2 + a_3) = 10{,}1;$ $b_2 = 0{,}5\,(b_2 + b_3) = 21{,}4;$
$a_3 = 0{,}5\,(a_3 + a_4) = 12{,}2;$ $b_3 = 0{,}5\,(b_3 + b_4) = 22{,}8;$
$a_4 = 0{,}5\,(a_4 + a_5) = 14{,}3;$ $b_4 = 0{,}5\,(b_4 + b_5) = 24{,}2;$

$a_5 = 0,5\ (a_5 + a_6) = 16,4;$ $b_5 = 0,5\ (b_5 + b_6) = 25,6;$
$a_6 = 0,5\ (a_6 + a_7) = 18,5;$ $b_6 = 0,5\ (b_6 + b_7) = 27,0;$
$a_7 = 0,5\ (a_7 + a_8) = 20,6;$ $b_7 = 0,5\ (b_7 + b_8) = 28,4;$
$a_8 = 0,5\ (a_8 + a_9) = 22,7;$ $b_8 = 0,5\ (b_8 + b_9) = 29,8.$

Дані варіаційних рядів зводимо в таблицю 2 і таблицю 3.

Таблиця 2

Дані варіаційних рядів вхідного тесту

i	$(u_{i-1}\ ;\ u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(6,95; 9,05)	8	4	0,0556
2.	(9,05; 11,15)	10,1	10	0,1389
3.	(11,15; 13,25)	12,2	19	0,2639
4.	(13,25; 15,35)	14,3	18	0,2500
5.	(15,35; 17,45)	16,4	4	0,0556
6.	(17,45; 19,55)	18,5	8	0,1111
7.	(19,55; 21,65)	20,6	5	0,0694
8.	(21,65; 23,75)	22,7	4	0,0556
k=8	-	-	72	1,0000

Таблиця 3

Дані варіаційних рядів вихідного тесту

i	$(u_{i-1}\ ;\ u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(19,3; 20,70)	20,0	1	0,0139
2.	(20,70; 22,10)	21,4	4	0,0556
3.	(22,10; 23,50)	22,8	2	0,0278
4.	(23,50; 24,90)	24,2	15	0,2083
5.	(24,90; 26,30)	25,6	16	0,2222
6.	(26,30; 27,70)	27,0	11	0,1528
7.	(27,70; 29,10)	28,4	22	0,3056
8.	(29,10; 30,50)	29,8	1	0,0139
k=8	-	-	72	1,0000

5. Варіаційний ряд подамо у вигляді графіка-гістограми (рис.1), або емпіричного, вибіркового розподілення вірогідності, на якому уздовж осі ординат відкладаємо P_l/h_i, а уздовж осі абсцис – u_i.

Отримаємо:

Вхідне тестування:

$P_1/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265;$
$P_2/h_i = 0,1389/2,1 = 0,0661;$
$P_3/h_i = 0,2639/2,1 = 0,1257;$
$P_4/h_i = 0,25/\ 2,1 \quad = 0,1190;$

Вихідне тестування:

$P_1/h_2 = 0,0139/1,4 = 0,0099;$
$P_2/h_i = 0,0556/1,4 = 0,0397;$
$P_3/h_i = 0,0278/1,4 = 0,0199;$
$P_4/h_i = 0,2083/\ 1,4 = 0,1488;$

P_5/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265; *P_5/h_i = 0,2222/1,4 = 0,1587;*
P_6/h_i = 0,1111/2,1 = 0,0529; *P_6/h_i = 0,1528/1,4 = 0,1091;*
P_7/h_i = 0,0694/2,1 = 0,0330; *P_7/h_i = 0,3056/1,4 = 0,2183;*
P_8/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265; *P_8/h_i = 0,0139/1,4 = 0,0099;*

6. Після побудови варіаційного ряду розраховується оцінка математичного очікування істинного значення величини

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} u_i^* n_i = \sum_{i=1}^{k} u_i^* P_i, \qquad (2)$$

для вхідного тестування:

$$\bar{a} = 8 \cdot 0{,}0556 + 10{,}1 \cdot 0{,}1389 + 12{,}2 \cdot 0{,}2639 + 14{,}3 \cdot 0{,}25 + 16{,}4 \cdot 0{,}0556 + 18{,}5 \cdot 0{,}111 +$$
$$+ 20{,}6 \cdot 0{,}0694 + 22{,}7 \cdot 0{,}0556 = 0{,}4448 + 1{,}403 + 3{,}220 + 3{,}575 + 0{,}9118 + 2{,}0554 +$$
$$+ 1{,}430 + 1{,}262 = 14{,}302$$

для вихідного тестування:

$$\bar{b} = 20 \cdot 0{,}0139 + 21{,}4 \cdot 0{,}0556 + 22{,}8 \cdot 0{,}0278 + 24{,}2 \cdot 0{,}2083 + 25{,}6 \cdot 0{,}2222 + 27{,}0 \cdot 0{,}1528 +$$
$$+ 28{,}4 \cdot 0{,}3056 + 29{,}8 \cdot 0{,}0139 = 0{,}278 + 1{,}1898 + 0{,}6338 + 5{,}041 + 5{,}6883 + 4{,}1256 +$$
$$+ 8{,}6790 + 0{,}4142 = 26{,}05$$

7. При обчисленні оцінки дисперсії або середнього квадратичного відхилення, величину $\bar{u}$ беруть з тією ж кількістю знаків, що і величину u_i. Оцінка дисперсії становить

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{k} (u_i^* - \bar{u})^2 P_i \qquad (3)$$

Отримаємо: для вхідного тестування:

$$S^2 = \frac{72}{71}[(8-14{,}3)^2 \cdot 0{,}0556 + (10{,}1-14{,}3)^2 \cdot 0{,}1389 + (12{,}2-14{,}3)^2 \cdot 0{,}2639 +$$
$$+ (14{,}3-14{,}3)^2 \cdot 0{,}25 + (16{,}4-14{,}3)^2 \cdot 0{,}0556 + (18{,}5-14{,}3)^2 \cdot 0{,}1111 +$$
$$+ (20{,}6-14{,}3)^2 \cdot 0{,}0694 + (22{,}7-14{,}3)^2 \cdot 0{,}0556\ ] = 14{,}91$$

для вихідного тестування:

$$S^2 = \frac{72}{71}[(20{,}0-26{,}1)^2 \cdot 0{,}0139 + (21{,}4-26{,}1)^2 \cdot 0{,}0556 + (22{,}8-26{,}1)^2 \cdot 0{,}0278 +$$
$$+ (24{,}2-26{,}1)^2 \cdot 0{,}2083 + (25{,}6-26{,}1)^2 \cdot 0{,}2222 + (27-26{,}1)^2 \cdot 0{,}1528 +$$
$$+ (28{,}4-26{,}1)^2 \cdot 0{,}3056 + (29{,}8-26{,}1)^2 \cdot 0{,}0139\ ] = 4{,}85$$

8. Після підрахунку оцінок дисперсії необхідно здійснити перевірку ступеня їх точності та надійності. Для цього знаходять такі числа $\Delta\bar{u}$, при яких довірчий інтервал ($\bar{u}$-$\Delta\bar{u}$; $\bar{u}$+$\Delta\bar{u}$) покриватиме невідоме дійсне значення величини варіаційного ряду $\bar{u}$ з достатньо великою вірогідністю P. Такий інтервал має назву довірчого з довірчою вірогідністю P.

Уважаючи, що вихідна раптова величина u_i має нормальний закон розподілу, можна побудувати довірчий інтервал для отримання оцінок математичного очікування m_i оцінюваного в цьому випадку за допомогою середньої арифметичної величини $\bar{u}$, та для дисперсії генеральної сукупності, оцінюваної за допомогою дисперсії вибірки S^2.

Побудову довірчого інтервалу для математичного очікування m_i засновано на визначенні по таблицям розподілу Стьюдента такого числа t_{qv} , при якому інтервал

$$(\bar{u} - t_{qv}\frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{u} + t_{qv}\frac{S}{\sqrt{n}})$$

$$P = 1 - \frac{q}{100}$$

де q – рівень значущості дійсного значення величини, який обирається в межах (1 ... 5) % ; $v = n\text{-}1$ – число ступенів свободи.

Побудову довірчого інтервалу щодо дисперсій генеральної сукупності σ_x^2 засновано на тому, що величина

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

розподіляється за законом χ^2 (x^i – квадрат) розподілу Пірсона з $v = n\text{-}1$ ступенями свободи. Відтак, для

$$\bar{a} = 14{,}3; \quad S^2 = 14{,}91; \quad S = 3{,}86$$

побудуємо довірчий інтервал для математичного очікування (m_i) з точністю 95%. За таблицями Стьюдента для $v=71$ и q = 100-95 = 5%, значення $t_{q,v} = 1{,}67$, а довірчий інтервал складе

$$(14{,}3-1{,}67\cdot\frac{3{,}86}{\sqrt{72}};14{,}3+1{,}67\frac{3{,}86}{\sqrt{72}})$$ або (13,5; 15,06).

9. Визначимо при q = 5%, або 95% довірчий інтервал для дисперсії σ_u^2, приймаючи, що величина $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_u^2}$ розподіляється за законом χ^2 (хі- квадрат) розподілу за Пірсоном з $v = n\text{-}1=71$ ступенями свободи.

Це обумовлено тим, що в деяких випадках потрібно визначати не середнє значення вимірюваної величини, а дрібне – окремих вимірювань відносно цієї середньої величини, яка характеризується величиною дисперсії розподілу. При цьому довірчий інтервал для σ_x^2 дорівнює:

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2};\frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2}\right].$$

Значення χ_2^2 та χ_1^2 знаходять за табличними даними для відомого ступеня свободи $v = n\text{-}1$ та, розрахованими за наданим значенням рівня значущості, вірогідностями

$$P_1 = 1-0{,}5\frac{q}{100} \qquad P_2 = 0{,}5\frac{q}{100}$$ тобто

$$P_1 = 1-0{,}5\frac{5}{100} = 0{,}975 \qquad P_2 = 0{,}025$$

$$\chi_1^2 = 0{,}699\cdot71 = 49{,}6; \qquad \chi_2^2 = 1{,}355\cdot71 = 96{,}2$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2};\frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2}\right]=\left[\frac{71\cdot14{,}91}{96{,}2};\frac{71\cdot14{,}91}{49{,}6}\right]= [11{,}0;\ 21{,}3]$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2};\frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2}\right]=\left[\frac{71\cdot4{,}85}{96{,}2};\frac{71\cdot4{,}85}{49{,}6}\right]=[3{,}6;\ 6{,}9]$$

по вхідному тестуванню:	по вихідному тестуванню:
$11< \sigma_u^2 <21{,}3$	$3{,}6 < \sigma_u^2 <6{,}9$
$3{,}3< \sigma_u^2 <4{,}6$	$1{,}9< \sigma_u^2 <2{,}6$

10. Визначаючи оцінки математичного очікування за допомогою середньої арифметичної, а дисперсію генеральної сукупності – дисперсією

вибірки, ми приймаємо гіпотезу про те, що випадкова величина підпорядковується нормальному закону розподілу. Тому необхідно здійснити перевірку статистичної гіпотези відносно значень генеральних статистичних характеристик та генеральних розподілів вірогідності.

Перевіримо гіпотезу про рівність нулю математичного очікування (m_i) істинної величини із 5 % рівнем її значущості, якщо при обробці вибірки з n=72 їх значеннями отримано:

$$\overline{a} = 14,3; S = 3,86;$$
$$\overline{b} = 26,05; \quad S = 2,20.$$

Критерієм при перевірці гіпотези обираємо *t* критерій Стьюдента:

$$t = \sqrt{n}\left(\frac{\overline{u} - c}{S}\right),$$

Отримаємо:

для вхідного тестування:

$$t = \sqrt{72}\left(\frac{a - 0}{S}\right) = \sqrt{72}\left(\frac{14,3}{3,86}\right) = 31,4;$$
$$t = \sqrt{72}\left(\frac{b - 0}{S}\right) = = \sqrt{72}\left(\frac{26,05}{2,20}\right) = 100,5;$$

який значно перевищує його критичне значення *t=1,67,* яке знайдено за табличними даними при $q = 5\%$ и $\nu = 71$.

Тому, відповідно до правила прийняття рішення, нульова гіпотеза відхиляється на рівні значущості 0,05 і приймається альтернативна гіпотеза, що дозволяє зробити висновок, що студенти-екологи зможуть підвищити рівень своїх професійних знань за умови організації процесу навчання за експериментальною методикою.

З метою покращення якості інформації про рівень навченості студентів вищої школи в результаті виконання навчального плану, в подальшому методика може бути адаптована для впровадження відповідних розрахунків на рівні навчального закладу, а також є корисною для фахівців наукових організацій і навчальних закладів, що проводять дослідження в галузі методології вибіркових обстежень.

Література

1. **Байдак Ю. В**. Методологія та організація наукових досліджень: навч. посіб. / Ю. В. Байдак, І. А. Вереітіна. – Одеса : ОДАХ, 2007. – 114 с.

2. **Вереітіна І. А**. Інтегроване навчання майбутніх екологів професійно орієнтованого спілкування англійською мовою: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 „Теорія та методика навчання” (германські мови) / І. А. Вереітіна – Одеса, 2011 – 22 с.

3. **Кузьмінський А. І**. Педагогіка вищої школи. Навчальний посібник / А. І. Кузьмінський. – К. : Знання, 2005. – 486 с.

4. **Саріогло В. Г**. Проблеми статистичного зважування вибіркових даних: Монографія / В. Г. Саріогло. – К. : ІВЦ Держкомстату України, 2005. – 264 с.

5. **Черняк О. І**. Техніка вибіркових досліджень / О. І. Черняк. – К. : МІВВЦ. – 2001. – 120 с.

Vereitina I. A.

The Method of Professional Knowledge Estimation Results Reliability Analysis

The methodology determining the validity of the results obtained during the forming stage of the experiment to assess the professional knowledge of the respondents, and sample testing of hypotheses involved are given. The methodology will be useful for postgraduate students and young scientists.

Key words: experiment, variation series, probability analysis, sample, array of values, scale of intervals

Відомості про автора

Вереітіна Ірина Анатоліївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри гуманітарних та соціально-економічних наук навчально-наукового інституту холоду, кріотехнології та екоенергетики Одеської національної академії харчових технологій. Коло наукових інтересів зосереджене навколо інтегрованого навчання професійного спілкування студентів ВТНЗ з використанням комп’ютерних технологій.

Стаття надійшла до редакції 18.12.2012 р.
Прийнято до друку 26.04.2013 р.