УДК 514.115:744.43:378.147

І. Г. Ленчук, Житомирський державний університет імені Івана Франка

ГЕОМЕТРИЗАЦІЯ І УНАОЧНЕННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Ленчук І. Г.

Геометризація і унаочнення стереометричних задач

Пропонується в університеті вести навчання евклідової геометрії на основі її природного конструктивізму. Організувати процес системно і в повному об'ємі так, щоб в розв'язуваних задачах візуально подані побудови з осмислено уявлюваною логікою міркувань стимулювали формування професіональних компетентностей, мотивували навчально-пізнавальний інтерес. Діяльнісний, дослідницький підхід до використання закономірних понять і фактів стане базовим показником творчого розвитку особистості. Перевірена методика забезпечить становлення динамічних стереотипів уявлень і уяви, наочно-образного і логічного мислення, накопичення міцних знань геометрії в цілому і елементарної геометрії, зокрема, умінь і навичок користуватися ними в житті та роботі за обраною спеціальністю. Такий шлях суттєво підвищить рівень наукової і методичної підготовки вчителя математики. В тексті статті прикладами задач на обчислення продемонстровано можливості їх насичення істинно геометричним змістом. У руслі реалізації конструктивного підходу пропагується, як універсальний, метод внутрішнього проекціювання.

Ключові слова: геометризація, унаочнення, графічний і графоаналітичний методи, внутрішнє проекціювання, візуалізація.

Ленчук И. Г.

Геометризация и наглядное представление стереометрических задач

Предлагается в университете вести обучение евклидовой геометрии на основании её естественного конструктивизма. Организовать процесс системно и в полном объёме так, что бы в решаемых задачах визуально поданные построения с осмысленно воображаемой логикой мышления стимулировали формирование профессиональных компетентностей, мотивировали учебно-познавательный интерес. Деятельный, исследовательский подход к использованию закономерных понятий и фактов станет базовым показателем творческого развития личности. Проверенная методика обеспечит становление динамических стереотипов представлений и воображений, наглядно-образного и логического мышления, накопление прочных знаний геометрии в целом и элементарной геометрии, в частности, умений и навыков пользоваться ими в жизни и работе по избранной специальности. Такой путь существенно повысит уровень научной и методической подготовки учителя математики. В статье примерами обычных задач на вычисление продемонстрировано возможности их насыщения истинно геометрическим содержанием. В русле реализации конструктивного подхода пропагандируется, как универсальный, метод внутреннего проецирования.

Ключевые слова: геометризация, наглядное представление, графический и графоаналитический методы, внутреннее проецирование, визуализация.

Між узаконеним державними документами рівнем вимог до підготовки учителів математики та наявним переліком, змістом, формою і методами викладання навчальних дисциплін геометричного циклу виникло протиріччя, детерміноване фактом недостатньої розробленості основ дидактики і, щонайперше, браком вивіреної, надійної теоретико-методичної системи навчання евклідової геометрії. В педагогічних університетах дотепер **не** акцентується значущість інноваційних педагогічних технологій навчання на основі конструктивного підходу. Традиційно в основу викладання і учіння покладено формально-логічний підхід. Рисунковому моделюванню, як засобу розвитку наочно-образного і логічного мислення й уявлюваного опанування закономірностей першопредмету, не приділяється належна увага. Позиційними і метричними задачами на бінарних ізоморфних моделях тіл та їх комбінацій, графічними і графоаналітичними методами розв'язування задач теж не переймаються. Складається враження, що термін «наочність», винятково у теоретичному плані, більш цікавий педагогам і психологам, ніж у практичному – майбутнім професіоналам геометрам.

В постановці ***проблеми*** вбачається, що студенти з елементарним курсом уже знайомі. Тепер ставиться завдання **діяльнісної візуалізації** ще не усталених знань шляхом їх структурування, залучення до **системного** вирішення різнопланових геометричних пропозицій на конструктивній основі і, в такий спосіб, глибокого, ефективного переосмислення та засвоєння першонауки на фаховому рівні.

Наочність, *як* фундаментальний *принцип дидактики*, був уперше сформульований Я.А. Коменським. Він вважав, що «не зі словесного тлумачення про речі, але з реального спостереження за ними» *має розпочинатися всяке навчання*. Погляди Я.А. Коменського підтримали і розвинули великі педагоги минулого Й.Г. Песталоці, К.Д. Ушинський. Зокрема, К.Д. Ушинський стверджував, що **наочне**

подання фактів – «це таке учіння, яке будується не на абстрактних уявленнях і словах, а на конкретних образах, безпосередньо сприйнятих дитиною. … Цей хід учіння , ***від конкретного до абстрактного, від уявлення до думки*** настільки природний і ґрунтується на таких прозорих **психічних** законах, що *відкинути його необхідність може лише той, хто взагалі відкидає потребу рахуватися в навчанні з вимогами людської природи в цілому і дитячої особливо*» [1, с. 265 – 266]. Важко переоцінити сказане, залишається лише не байдуже реалізовувати його суть.

Психологічні дослідження стосовно використання різних засобів наочності проводили Л.В. Занков, Л.І Мендельштам, І.М. Соловйов, Н.А. Усова, Л.М. Фрідман, Ж.І. Шиф та ін. За Л.В. Занковим, наочність учіння і виховання передбачає як широке використання зорових відчуттів, сприймань, образів, так і постійне опертя на свідчення органів чуття, дякуючи яким досягається безпосередній контакт із дійсністю [2]. Л.М. Фрідман, у сучасному трактуванні дидактичного принципу наочності, наголошував на його ролі в підвищенні якості засвоєння знань й умінь, в удосконаленні управлінської діяльності вчителя. Резюмуючи власні наукові пошуки, проф. Фрідман Л.М. підкреслює, що «***наочність – це розуміння і активність***» [3, с. 60]. Н.А. Усова кваліфікує **наочність як категорію психології і дидактики**, котра забезпечує зв'язок між конкретним і абстрактним, що сприяє розвитку мислення, а в багатьох випадках служить його надійною опорою [4]. В «Педагогічному словнику» наочність в навчанні означується як «дидактичний принцип, згідно якому научіння будується на конкретних образах, безпосередньо сприйнятих учнями» [5, с. 727].

Геометрія вирізняється серед математичних наук своєю *винятковою естетичною привабливістю*, **візуалізованою красою**. Це – **першонаука** [6], яка з давніх-давен вважалася **неперевершеною школою мудрості.** Вивчення науки «Геометрія» розвиває і відшліфовує мислення. Є історичним факт, що над входом до Академії, заснованої давньогрецьким геометром і філософом Платоном, було викарбовано напис: «Не заходь необізнаний із геометрією»!

Яскраво, красномовно ідеалізував геометрію проф. Александров О.Д. На його думку: «**Особливість елементарної геометрії** серед інших розділів математики полягає в тому, що вона *об’єднує в собі сувору* **логіку** *з* **наочним уявленням,** *логічний аналіз – із цілісним синтетичним сприйняттям предмета*. Можна сказати, що по суті своїй *геометрія і є не що інше, як* органічне поєднання *суворої логіки з наочним уявленням*: наочне уявлення *пройняте і організоване* суворою логікою, і логіка, *пробуджена* наочним уявленням. Там, де немає однієї з цих складових, немає також істинної геометрії» [7, с. 282 – 283].

Кваліфікована геометризація, поміркуване, доречне унаочнення навчання призване сприяти схопленню, осмисленню і узагальненню матеріалу. Активно підключається до логіки пізнання суті речей права півкуля головного мозку, адже виключно вона відповідає за чуттєву, наочно-образну сферу свідомості людини – просторово-образний тип діяльності. Культура просторового й логічного мислення, формування навичок дослідництва засобами геометрії невід’ємні від опанування технологій роботи розумом з її уявлюваними об’єктами. Все це пізнається при візуальному розв’язуванні задач на обчислення, доведення і побудову графічними та графоаналітичними методами.

Ми ставимо за **мету** продемонструвати прикладами можливості вчителя надавати звичайним задачам на обчислення суто геометричного змісту. Наочно-образне моделювання, динамічне представлення алгоритму покрокових дій, діяльнісна площинна візуалізація кожної просторової операції (зокрема, з використанням методу внутрішнього проекціювання), особистісне, строго обґрунтоване вилучення із власної пам’яті «саме тих» закономірностей і фактів на шляху до результату додасть краси диво-науці, зацікавить суб’єкта навчання, переконає в її природній практичності та життєдайності.

Задача № 1. *У правильній чотирикутній піраміді кут між суміжними бічними гранями дорівнює* 2α. *Знайти бічну поверхню піраміди, якщо площа її діагонального перерізу дорівнює S.*

Учні в пошуку шляху розв’язання задачі (рис. 1) могли б міркувати приблизно так. Нехай BKD – лінійний кут двогранного кута при ребрі SC; тут точка K, яка належить ребру SC, на кресленні-картині вибирається будь-де. З’єднаємо точки O і K. Легко довести, що $BK=DK$, і тому OK – медіана трикутника BKD – є його бісектрисою і висотою. Отож, $\angle OKD = \alpha$. Помічаємо, що $S_{SAC} = 2S_{SOC} = SC \cdot OK$, а $S_б = 4S_{SCD} = 2SC \cdot DK$. Отож, $\frac{S_{SAC}}{S_б} = \frac{1}{2}\frac{OK}{DK}$. Із прямокутного трикутника ODK маємо: $\frac{OK}{KD} = \cos\alpha$, а тому: $S_б = \frac{2S}{\cos\alpha}$.

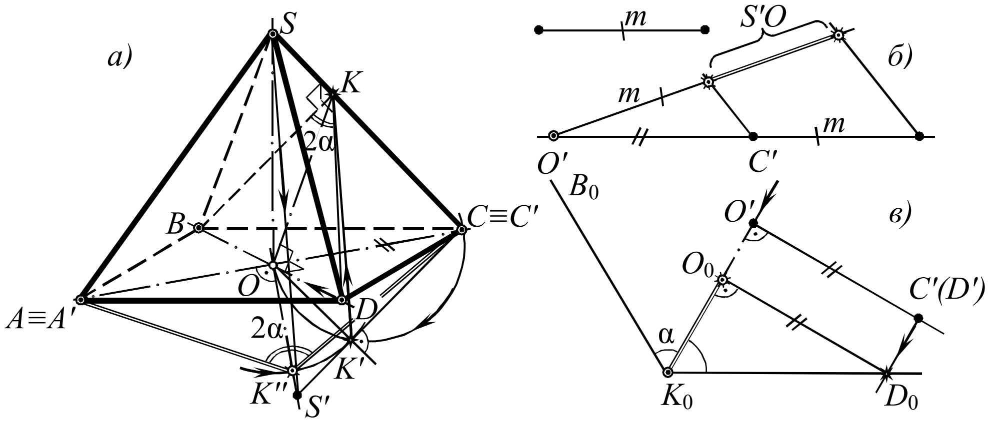

Рис. 1

З іншого боку, якщо уявити осьовий переріз піраміди (SAC) у ролі площини проекцій *внутрішнього ортогонального проекціювання* за напрямом $D \to O$, то трикутник SOC буде проекцією трикутника SDC. Взявши до уваги відому теорему про площу ортогональної проекції многокутника, матимемо: $S_{SOC} = S_{SDC} \cdot \cos\alpha$. Тому $S_{SDC} = \frac{S}{2\cos\alpha}$ і $S_б = \frac{2S}{\cos\alpha}$. Напевне, що такий шлях до формального результату найкоротший, більш оригінальний, а ще й геометрично привабливий уявною динамічною операцією проекціювання, реалізованою всередині тіла особистісно суб’єктом навчання.

Щоб точку K на ребрі піраміди SC зобразити як на кресленні-моделі, потрібно рисунково визначитися або із площею її діагонального перерізу S, або ж із градусною мірою кута $B'K'D'$, що за умовою дорівнює 2α.

В першому випадку $S = m^2 = O'C' \cdot S'O' \Rightarrow S'O' = \frac{m \cdot m}{O'C'}$, де m – заданий відрізок. Уявлювано перемістивши у просторі піраміду так, щоб діагональ основи $A'C'$ «лягла» на картинну площину ($OC \equiv O'C'$) та, до того ж, виконавши на вільному місці поля креслення побудову відрізка $S'O'$ як четвертого пропорційного до відрізків m, m і $O'C'$ (рис. 1, *б*), суміщаємо із площиною дошки (зошита) трикутник $S'O'C'$. Два завершальні побудовні кроки ($O'K' \perp S'C'$ і $K'K \parallel S'S$) призводять до результату. Очевидно, що тут точку K на ребрі SC знайдено *графоаналітичним* методом. Кут 2α в натуральну величину зображено кутом $A'K''C'$, рівним куту $B'K'D'$.

Якщо ж попередньо задати градусну міру ($B_0K_0D_0$) кута $B'K'D'$, то справжню довжину відрізка $O'K'$ знаходимо, побудувавши окремо (рис. 1, *в*) за гострим кутом $\alpha = \frac{1}{2}\angle B_0K_0D_0$ і катетом $O_0D_0=O'D'$ прямокутний трикутник $K_0O_0D_0$, рівний оригінальному прямокутному трикутнику $K'O'D'$, адже $O'D'=O'C'$, а $O'K' = O_0K_0$ ($O' \equiv O$). Оскільки трикутник $O'K'C'$ насправді теж прямокутний, точку K' шукаємо в перетині двох кіл, одне з яких проводимо на відрізку $O'C'$ як на діаметрі, а друге – з центром у точці O' і радіусом, рівним довжині побудованого відрізка $O'K'$. З'єднавши точки K' і C' променем, фіксуємо на перпендикулярі до $O'C'$ у точці O' точку S'. Завершуємо побудову *графічним* методом як уже описано вище.

Задача № 2. *Висота правильної трикутної піраміди рівна H. Знайти її повну поверхню, якщо площина, проведена через вершину основи піраміди перпендикулярно протилежній бічній грані, складає із площиною основи кут* $30°$.

У такому разі (рис. 2), в якості площини проекцій *внутрішнього ортогонального проекціювання* за напрямом $S \to O$, зручно обрати площину основи піраміди $\Delta(ABC)$, оскільки її бічні грані SAB, SBC і SAC матимуть своїми проекціями рівновеликі трикутники AOB, BOC і AOC відповідно. Тобто, $S_n = S_o + S_б = 3(S_{AOB} + S_{SAB})$ (*).

Щодо фахових добудов на кресленні-картині. Розпочнемо із проведення відрізка SM – апофеми грані SAB. Ребро AB, спільне для граней SAB і ABC, перпендикулярне двом прямим SM і CM, які власним перетином визначають площину $\Lambda(SMC)$ осьового перерізу піраміди. Отже, площина $\Lambda(SMC)$ перпендикулярна і грані SAB, і грані ABC. Але ж дві площини взаємно перпендикулярні, якщо кожна з них проходить через пряму, перпендикулярну іншій площині. Тому основою перпендикуляра *CN* на грань *SAB*, який вміщує площина *Λ*(*SMC*), буде точка *N*, звичайно ж узята будь-де на апофемі *SM* цієї грані. У свою чергу, через точку *C* (пряму *CN*) можна провести пучок площин, перпендикулярних грані *SAB*. Очевидно, що в цьому пучку слід вибрати таку площину *Σ* (*CPQ*) з умови задачі, яка була б паралельна *AB* ($PQ \| AB$), а отже, перпендикулярна площині *Λ*(*SMC*). Тоді площина осьового перерізу *Λ*(*SMC*) у перетині з їй перпендикулярними площинами *Σ*(*CPQ*) і *Δ*(*ABC*) вирізнить на кресленні лінійний кут ($\angle NCM = 30°$ за умовою), яким і буде вимірюватися двогранний кут, утворений цими площинами.

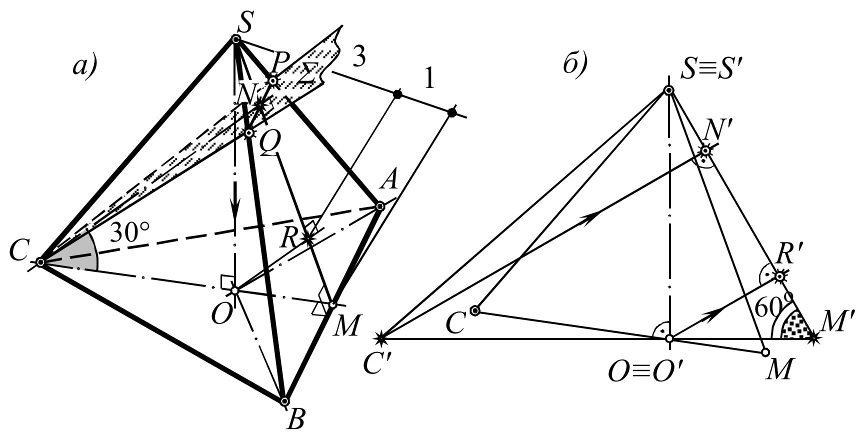

Рис. 2

Тепер слушно перейти до формальних обчислень. У прямокутному трикутнику *CNM* $\angle NMC = 60°$, а ще в іншому прямокутному трикутнику *SOM* $MO = SO \cdot \text{ctg}\,60° = \frac{\sqrt{3}}{3}H$. Згідно з умовою, піраміда *SABC* – правильна, тому очевидно: $OC = OA = OB = 2OM = \frac{2\sqrt{3}}{3}H$, а $S_{AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{3}H^2$ і $S_{SAB} = \frac{S_{AOB}}{\cos 60°} = \frac{2\sqrt{3}}{3}H^2$. Врахувавши рівність (*), врешті знайдемо: $S_n = 3\sqrt{3}H^2$.

Отже, зважений аналіз стереометричних реалій всередині піраміди, якісно виконаний проекційний рисунок та вдало введене *внутрішнє проекціювання* порівняно складну задачу на обчислення звели до тривіальної.

Чи можна на проекційному рисунку переріз піраміди площиною $\Sigma(CPQ)$ побудувати строго як на кресленні-моделі? Так, звичайно, якщо зображення висоти $SO = H$, приміром, обрати в якості оригінального відрізка піраміди.

Графічний метод. Маючи на увазі, що трикутник $S'O'M'$ – прямокутний, а $\angle S'M'O' = 60°$ ($\angle M'S'O' = 30°$) і $M'O' = \frac{1}{3}M'C'$, обертанням навколо відрізка нульового рівня $SO = S'O'$ (рис 2,*б*) суміщаємо трикутник $S'M'C'$ із площиною зображення. Перпендикуляр $C'N'$, опущений із вершини C' на його протилежну сторону $S'M'$, візуально встановлює відношення, в якому точка N розділяє відрізок SM (рис 2, *а*) внутрішнім чином: $\frac{S'N'}{N'M'} = \frac{SN}{NM}$.

Графоаналітичний метод. У тому ж таки трикутнику $S'O'M'$, для з'ясування напряму шуканого перпендикуляра $C'N'$, із вершини прямого кута O' опускаємо перпендикуляр $O'R'$ на його гіпотенузу $S'M'$. Тоді $\frac{(O'M')^2}{(O'S')^2} = \frac{M'R'}{R'S'} = \frac{MR}{RS} = \frac{1}{3}$. Кінцівка задачі, завдяки знайденому відношенню, графічно відтворюється на картинній площині відомим прийомом: $C'N' \parallel O'R'$.

З а д а ч а № 3. *Основою прямої призми* $ABCA_1B_1C_1$ *є рівнобедрений прямокутний трикутник*, *катет якого має довжину* 4. *Бічне ребро призми рівне* 3. *Знайдіть градусну міру кута і відстань між прямими*, *одна з яких задається точкою* B *і серединою катета* A_1C_1 *трикутника основи* $A_1B_1C_1$, *а друга − вершиною його ж прямого кута* A_1 *і серединою гіпотенузи* B_1C_1.

Очевидно, що висновок задачі неважко відразу ж переформулювати з наголосом на конструктивізм: «**Побудуйте** спільний перпендикуляр прямих, одна з яких проходить через точку B і середину ребра A_1C_1, а друга − через точку A_1 і середину ребра B_1C_1. **Знайдіть** градусну міру кута і відстань між цими мимобіжними прямими. **Заміряйте** оригінальну довжину спільного перпендикуляра на зображенні та **оцініть точність** побудов». Це помітно додасть геометрії. Однак потрібно розуміти, що в будь-якому випадку без вдало введеної уявлюваної дії *внутрішнього проекціювання* виявити визначальні залежності між заданими і шуканими геометричними фігурами надто важко.

Отож, нехай BM і A_1N – задана пара мимобіжних прямих (рис. 3). Відстань між ними визначається, як відомо, перпендикуляром, опущеним із будь-якої точки прямої A_1N на площину $\boldsymbol{\Sigma}$, яка паралельна A_1N і містить BM . Площину $\boldsymbol{\Sigma}$ доцільно задати перетином прямих BM і MM_1, де $MM_1 \| A_1N$, адже цим перетином визначається ще й шуканий кут між мимобіжними прямими BM і A_1N. *У* ролі площини проекцій *внутрішнього ортогонального проекціювання* за напрямом $A_1 \to N$ зумисне виберемо (творчий момент) площину $\boldsymbol{\Lambda}$, яка визначена правою гранню призми. Тоді точка N буде слід-проекцією прямої A_1N, пряма ж BM_1 – слід-проекцією площини $\boldsymbol{\Sigma}(BMM_1)$, а шуканий спільний перпендикуляр PQ заданих прямих спроекціюється на вибрану площину проекцій $\boldsymbol{\Lambda}$ у натуральну величину – як відрізок, паралельний висоті B_1K прямокутного трикутника BB_1M_1, проведеної з вершини прямого кута B_1 на гіпотенузу BM_1. У цьому трикутнику $BB_1=3$, $B_1M_1=3\sqrt{2}$ ($B_1C_1=4\sqrt{2}$, $B_1N=NC_1$, а MM_1 – середня лінія трикутника A_1NC_1). Тому $B_1K=3\sqrt{\dfrac{2}{3}}$, а $NP_1=PQ=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$. У свою чергу, трикутник BM_1M теж прямокутний ($\angle M_1 = 90°$). У нього $M_1M = \dfrac{1}{2}A_1N = \sqrt{2}$. Остаточно маємо: $\operatorname{tg} \angle M_1MB = 3\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ і $\angle M_1MB \approx 75°$.

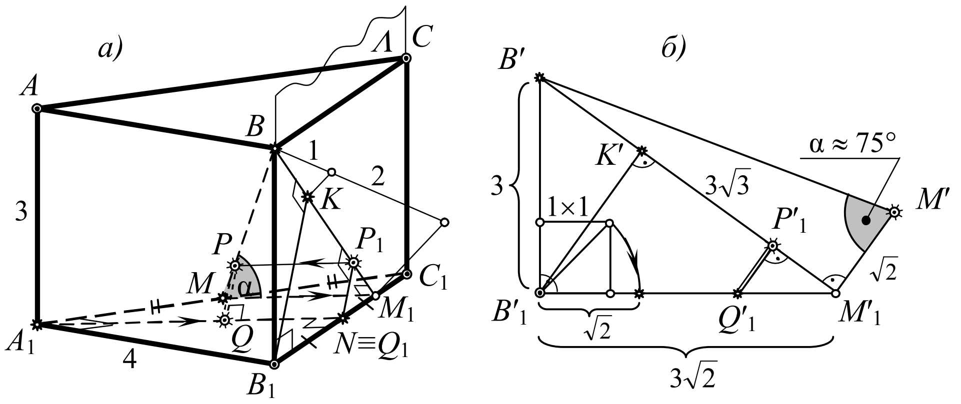

Рис. 3

Задачу на обчислення розв'язано. Проте на вже пройденому шляху виконано «левову частину» побудовних операцій із тим, щоб швидко і якісно завершити її розв'язання конструктивно. Зокрема, точка K (P_1) на відрізку BM_1 однозначно визначається відношенням: $\frac{B_1M_1^{\,2}}{BB_1^2}=\frac{M_1K}{KB}=\frac{2}{1}$, що просто обґрунтовується. Якщо ж точка P_1 вже побудована, то зображення відрізка PQ встановлюється оберненим проекціюванням за напрямом $N\to A_1$, де $P_1P \parallel A_1N$ і $PQ = P_1N$.

Цього ж результату, за відомою всім схемою, можна також досягти суто *графічно* – суміщенням із площиною зображень прямокутного трикутника BB_1M_1, обравши в якості осі обертання ребро призми $BB_1=B'B'_1$ (див. рис. 3, *б*) і маючи на увазі, що $B'B'_1=3$, $B'_1M'_1 = 3\sqrt{2}$, $B_1'K' \perp B'M_1'$. Тут довжина відрізка $P'_1Q'_1= PQ$ матиме розмір у натуральну величину.

Подібний оригіналу трикутник $B'M'M'_1$ найкраще відтворити на так званому «винесеному кресленні» шляхом суміщення із площиною дошки (зошита) його зображення – трикутника BMM_1. У трикутнику $B'M'M'_1$ $\angle M_1' = 90^0$, катети M'_1M' і M'_1B' рівні, відповідно, $\sqrt{2}$ і $3\sqrt{3}$, а $\angle M' \approx 75°$.

Знайдені графічно результати (за умови акуратного викреслювання) ми пропонуємо заміряти лінійкою і транспортиром, відповідно, та порівняти з попередніми аналітичними (числовими) обрахунками. Не секрет, що їх високоточне злиття принесе неабияке моральне задоволення суб'єкту учіння, переконає в реальності фактів і закономірностей першонауки.

Сьогодні пересічний випускник ЗОШ не розуміє структури, не у змозі чітко класифікувати фігури евклідової геометрії, плутає поняттями і фактами, не вміє до діла користуватися ними в пошуку розв'язків задач середнього ступеня складності на обчислення. Мова не йде про задачі на доведення, й тим паче – на побудову. Тому студент об'єктивно не готовий до свідомого, ефективного опанування курсів вищої геометрії.

Структурна і методологічна диференціація, яка явно прослідкується в сучасній науці «Геометрія», і не завжди виправданий вибір у ВНЗ тих чи інших розділів в якості навчальних безпосередньо впливають на розвиток, формування у студентів навичок достовірного одержання та розумового сприйняття конкретних понять і фактів. Образ евклідової геометрії зі школи залишається в пам'яті студента об'ємним за насиченням фактичним матеріалом, відчутно скупим нормами академічних годин, відведених на його засвоєння, малопомітним абстрактними, найпростішими і не цікавими задачами на обчислення, які розв'язуються за вже готовими формулами та, до того ж, у залишковий час. Як наслідок, дисципліна уявляється невмотивованою, складною в розумінні та є зовсім не жаданою.

Слід негайно змінювати методику подання й учіння евклідової геометрії. А саме, не відкидаючи формально-логічну й обчислювальну складові, науково обґрунтувати, унаочнити й геометризувати всі теми позиційного та метричного характеру – «прочитати їх геометрію між рядками», поповнити методами візуально-покрокового представлення розв'язків різнохарактерних, різного рівня складності задач, підібрати якісний, розвивальний задачний матеріал.

Роль фахово навченого педагога-***геометра*** у стимулюванні пізнавальних інтересів, інтелектуального розвитку та збагачення задатків творчого мислення проявляється через популяризацію, активне залучення в навчальний процес новітніх освітянських технологій, прогресивних методів і засобів наукового пізнання. Викладаючи геометрію, справжній професіонал спроможний дохідливо передати тому хто вчиться відчуття гармонії геометричного матеріалу, візуально, в наочній формі продемонструвати його природну красу і одвічно прикладне спрямування. Він уміло перекладає абстрактні результати логічних умовиводів на мову уявлюваних графічних образів, які повертають до реальності, що досліджується. Це додає віри у практичній придатності першонауки, її істинності.

Ми певні, елементарна геометрія в системній підготовці вчителів займає особливе місце, їй має надаватися значно більша увага. Причому, не варто марно повторювати шкільну програму, що нецікаво і згубно. Викладання й учіння потрібно вести, пріоритетно, на конструктивній основі. Встановлено, що конструктивні задачі в геометрії «на піку навчання»! Вони максимально варіативні, й тому акумулюють у собі весь фактичний матеріал. Дослідженням експериментально доведено, що метод внутрішнього проекціювання на одну площину проекції є графічним (графоаналітичним) методом розв'язування задач стереометрії на обчислення, доведення і побудову. Відпрацьовано методологію візуального конструктивного вирішення на метрично визначених проекційних кресленнях цілого класу метричних задач цим універсальним методом.

Література

1. **Ушинский К. Д.** Собрание сочинений / К.Д. Ушинский. – М.-Л.: Изд-во АПН, 1949. – Т.6. – 447 с.

2. **Занков Л. В.** Наглядность и активизация учащихся в обучении / Л.В. Занков. – М.: Учпедгиз, 1960. – 311 с.

3. **Фридман Л. М.** Наглядность и моделирование в обучении / Л.М. Фридман. – М.: Знание, 1984. – 80 с.

4. **Усова Н. А.** Роль и место графической культуры в профессии будущего учителя / Н.А. Усова // Вестник РУДН, сер. «Информатизация образования». – М., 2008. – №2. – С. 103 – 107.

5. **Педагогический** словарь: В 2-х т. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. – Т.1. – 776 с.

6. **Шарыгин И. Ф.** Нужна ли школе XXI века Геометрия? / И.Ф. Шарыгин. // Математика в школе. - №4. – 2004. – С. 72 – 79.

7. **Александров А. Д.** Основания геометрии / А.Д. Александров. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

Lenchuk I. G.

Geometrization and a visual representation of stereometric problems

The article proposes to teach Euclidean geometry on the basis of its natural constructivism in the pedagogical university. The author notes that the process needs to be systematically organized, what would each time to solve different characters and different levels of complexity of the task graphic (or semi-graphical) methods. Such visual positional and metric graphical representations should encourage the formation of professional competencies and motivate the teaching and educational interest. In the article, while not ruled out the computational component of the problem, and active, exploratory approach to the use of regular concepts and facts, the ability to retrieve them from the appropriate memory should be the subject of education benchmarks creative development of the means of geometry. Proven methods of teaching and learning will provide students with the formation of dynamic stereotype representations and imaginations, visual-imaginative and logical thinking, and hence the accumulation of solid, thorough knowledge of geometry in general and elementary geometry, in particular, the skills to use them in the life and work of chosen specialty. This methodical approach will significantly increase the level of scientific and methodological training of future teachers of mathematics; will have a significant impact on the formation of positive human qualities. In the article demonstrates the possibility of saturation of the geometric content of regular tasks on the calculation. In the context of the constructive approach is promoted as a universal method of internal projection. Prospects of the study are intended to substantiate scientifically reception geometrization and visible visualization tasks, organize and structure the problems in order to bring an innovative approach to quality mastering the discipline of "Geometry".

Key words: geometrization, visual representation, graphics and graphic-analytical methods, internal projection imaging.

Відомості про автора

Ленчук Іван Григорович – кандидат технічних наук, професор кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка. Наукові інтереси: прикладна і конструктивна геометрія, теорія та методика навчання геометрії.

Стаття надійшла до редакції 08.04.2013 р.
Прийнято до друку 26.04.2013 р.